

# 基于等效理论的蜂窝夹层板强度等效分析

季宝锋<sup>1</sup> 陈东良<sup>2</sup> 孙艳杰<sup>3</sup> 王世勋<sup>1</sup> 陈英伟<sup>1</sup>

(1 北京宇航系统工程研究所,北京 100076)

(2 哈尔滨工程大学,哈尔滨 150001)

(3 航天材料及工艺研究所,北京 100076)

**文 摘** 通过采用三明治夹芯板等效方法计算,得到了等效物理参数,建立了三明治夹芯蜂窝板的有限元模型,完成了蜂窝夹层板模型的静力分析和随机振动分析,并对试验样机进行了静力与随机振动分析和试验验证。结果表明:基于三明治夹芯板等效理论建立的有限元模型能够准确反映蜂窝夹层板的静强度特性和结构动特性,静力应变值结果误差小于4%,振动固有频率结果误差小于5%,偏差较小,表明所建模型合理、准确。

**关键词** 蜂窝夹层板,三明治夹芯板,固有频率,等效方法

中图分类号:V414.6

DOI:10.3969/j.issn.1007-2330.2015.02.003

## Equivalent Strength Analysis of Honeycomb Sandwich Plate Based on Equivalent Theory

JI Baofeng<sup>1</sup> CHEN Dongliang<sup>2</sup> SUN Yanjie<sup>3</sup> WANG Shixun<sup>1</sup> CHEN Yingwei<sup>1</sup>

(1 Beijing Institute of Astronautical Systems Engineering, Beijing 100076)

(2 College of Mechanical and Electrical Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001)

(3 Aerospace Research Institute of Materials and Processing Technology, Beijing 100076)

**Abstract** In this paper an equivalent method based on sandwich plate theory is deduced and the equivalent parameters of the honeycomb plate are obtained. With these equivalent parameters, the honeycomb plate FEM simulation model is established and honeycomb sandwich plate static analysis and random vibration analysis are completed. Then static and random vibration tests were made. The results indicated that the honeycomb sandwich plate theory based model can accurately reflect the honeycomb sandwich plate static strength characteristics and structural dynamic characteristics. Static strain value and the error is less than 4%, the natural vibration frequency and the error is less than 5%, which shows good agreement with tests results and the effectiveness of the model.

**Key words** Honeycomb sandwich plate, Sandwich theory, The natural frequency, Equivalent theory

### 0 引言

金属蜂窝夹层板是一种新型的工程结构材料形式,具有比强度高、比刚度、耐冲击性好等优良工程性能而大量应用于航空、航天、航海、机车等领域。在设计阶段,由于现有的分析软件没有相应的蜂窝结构单元,并且按照实际结构形状进行分析计算量庞大,所以有必要对蜂窝夹层板模型进行简化。

当前比较成熟的简化方法有:等效板理论<sup>[1]</sup>、蜂窝板理论<sup>[2]</sup>及三明治夹芯板理论<sup>[3-4]</sup>。等效板理论将蜂窝夹层板的蒙皮、蜂窝层等效为一张同材质、

均匀密度但厚度不同于原来的板。这种等效方法虽然简单,但忽略了蜂窝层单元的各项异性及表面蒙皮的横向剪切力,并且无法反映出等效理论中的修正内容及其影响;蜂窝板理论将蜂窝夹层板等效为同材质、均匀密度、与原板厚度相同的各向异性板,这种等效方法考虑了蜂窝层单元的各向异性及来自于表面蒙皮的剪切力,考虑较为周全。但是在确定等效参数的过程需要应用三明治等效理论中的结果,计算复杂;三明治夹芯板等效理论仅仅将蜂窝夹层板的蜂窝

层等效成等厚的各向异性板,再结合 ANSYS 软件中的 shell91 单元进行应用,使得等效过程较为简单便捷。本文主要采用三明治夹芯板等效理论对蜂窝夹层板强度进行等效分析。

### 1 三明治夹芯板等效理论

早期的蜂窝夹层板等效分析模型认为:蜂窝层相对于蒙皮较软,故忽略其面内刚度与弯曲刚度,将其等效成一张匀质板。从而达到简化计算的目的。但事实上,夹层板的蜂窝层相对于蒙皮往往具有较大的厚度,忽略了蜂窝层的面内刚度与弯曲刚度必然会引起较大的误差<sup>[5-7]</sup>。

Sandwich 夹芯板等效理论中假设蜂窝层能够抵抗剪切应力,并且具有面内刚度,将其等效成一张等厚、匀质的各向异性板。对于面板,根据基尔霍夫定律,忽略其横向剪切变形。

#### 1.1 等效弹性模量与泊松比的计算

假设等效的匀质板处于单拉伸状态,各蜂窝胞元壁厚一致,即:  $t_1 = t_2 = t$ , 厚度为  $b$ , 如图 1 所示。对于 BC 边,取单位厚度的胞元,由平衡条件可求得  $x, y$  方向的等效应力与挠度,进而求得  $x, y$  方向的等效弹性模量与等效泊松比:

$$E_x = \frac{\delta_x}{\varepsilon_x} = \frac{t^3 \cos\theta E}{(h/l + \sin\theta) l^3 \sin^2\theta} \quad (1)$$

$$E_y = \frac{\delta_y}{\varepsilon_y} = \frac{(h/l + \sin\theta) t^3 E}{(\cos\theta l)^3} \quad (2)$$

$$\gamma_{xx} = \frac{\cos^2\theta}{(h/l + \sin\theta) \sin\theta} \quad (3)$$

$$\gamma_{yy} = \frac{(h/l + \sin\theta) \sin\theta}{\cos^2\theta} \quad (4)$$

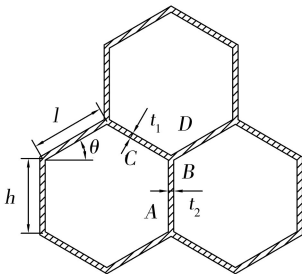


图 1 蜂窝胞元结构

Fig. 1 Honeycomb sandwich structure

#### 1.2 各向剪切模量的计算

蜂窝胞元处于剪切力作用时,受力情况如图 2 所示。A、B、C、D 四点位置如图所示,A、C、D 三点分别对应所在边的中点,B 为 AB、BC、BD 三边的交点。对于 ABCD 四点列平衡方程:

$$3M_1 = \frac{Fh}{2} + 2\left(\frac{F}{2} \cdot \frac{l}{2} \sin\theta\right) \quad (5)$$

即:

$$M_1 = \frac{(h + l\sin\theta) F}{6} \quad (6)$$

相同过程可得到:

$$M = \frac{(h - l\sin\theta) F}{6} \quad (7)$$

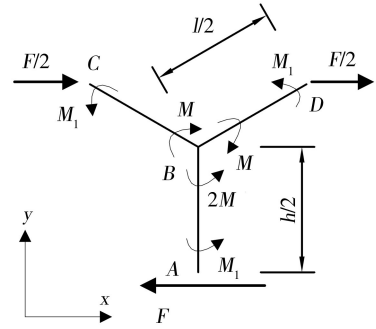


图 2 胞元受力情况

Fig. 2 Force condition of the cell

对于 BD 边,其挠度:

$$Y_{\max} = -\frac{Fhl^2}{24EI} \quad (8)$$

若  $L$  表示沿  $BD$  轴线方向的坐标,则必有下式成立:

$$\begin{cases} EI \frac{\partial^2 Y}{\partial L^2} = F \sin\theta l - M_1 \\ \left. \frac{\partial Y}{\partial L} \right|_{L=\frac{l}{2}} = -\frac{Fhl}{24EI} \end{cases} \quad (9)$$

联立上述两式,得到  $BD$  边绕  $B$  点的转角:

$$\theta = \frac{Fhl}{24EI} \quad (10)$$

方向为顺时针。

同理,设  $Y_{AB}$  为  $AB$  边的挠度, $y$  为沿  $AB$  轴线的坐标,必有:

$$\begin{cases} EI \frac{\partial^2 Y_{AB}}{\partial y^2} = Fy_1 - 2M \\ Y_{AB} = \frac{Fh}{12EI} \left[ \frac{h}{2} + \frac{l}{2}(1 - \sin\theta) \right] \end{cases} \quad (11)$$

对于  $B$  点,由于各边的转角均以其为圆心旋转,故  $B$  点转角为  $-\theta$ ,挠度为 0。于是  $A$  点沿  $x$  轴负方向的水平位移:

$$s = -\frac{Y_{AB}h}{2} = \frac{Fh^2}{24EI} \left[ \frac{h}{2} + \frac{l}{2}(1 - \sin\theta) \right] \quad (12)$$

剪应变:

$$\gamma_{xy} = \frac{2s}{h + l\sin\theta} = \frac{Fh^2 [h + l(1 - \sin\theta)]}{48EI(h + l\sin\theta)} \quad (13)$$

剪应力:

$$\tau_{xy} = \frac{F}{bl\cos\theta} \quad (14)$$

于是得到面内剪切模量:

$$G_{xy} = \frac{(2h + \sin\theta) \left(\frac{2t}{l}\right)^3 E}{b \left(\frac{2h}{l}\right) \left[\frac{2h}{l} + 2(1 - \sin\theta)\right] \cos\theta} \quad (15)$$

$$= \frac{(2h + l\sin\theta) t^3 E}{bh^2 [hl + l^2(1 - \sin\theta)] \cos\theta}$$

根据应变能相等原理,可以求得蜂窝胞元在  $xz$  平面、 $yz$  平面的剪切模量为:

$$\begin{cases} G_{xz} = \frac{2t\sin\theta}{h + bl\cos\theta} G \\ G_{yz} = \frac{4t(2h + l\sin\theta)}{bl(2h + l) \cos\theta} G \end{cases} \quad (16)$$

## 2 有限元分析及试验验证

为了验证上述模型的准确性,现对某产品蜂窝夹层板进行建模与有限元分析,同时对其进行离心与随机振动试验。蜂窝夹层板的表层厚度  $d=2$  mm,夹芯层胞元为正六边形胞元,胞元边长  $l=4$  mm,壁厚  $t=0.04$  mm,夹芯层高度  $h=32.6$  mm。铝的弹性模量  $E=68.9$  GPa,泊松比为 0.3。

根据上述模型计算出该蜂窝夹层板的各向参数如下:

$$E_x=0.8 \text{ MPa}, E_y=1.8 \text{ MPa}, E_z=174 \text{ MPa};$$

$$\gamma_{xy}=0.3, \quad \gamma_{yz}=0.04, \quad \gamma_{xz}=0.04;$$

$$G_{xy}=0.8 \text{ GPa}, G_{yz}=81.3 \text{ GPa}, G_{xz}=162.7 \text{ GPa}。$$

### 2.1 静力有限元分析与试验验证

#### 2.1.1 有限元分析

根据上节所述参数建立仿真模型,并选择 shell91 单元为仿真单元。

本次分析静力输入条件为:试验样机受到大小为  $7g$ ,方向垂直于蜂窝夹层板的加速度作用。为了增加蜂窝夹层板受力,特在其上增加 17 块低碳钢材质的配重块,总质量约为 140 kg,具体分布情况见图 3。

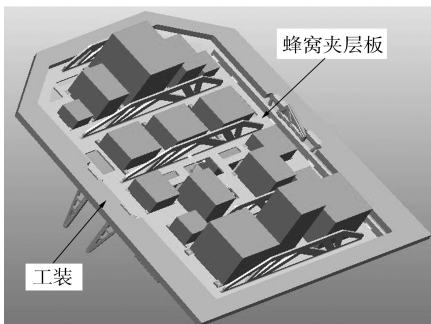


图 3 试验样件配重块分布

Fig. 3 Sample weights distribution

经分析,模型在有限元软件中的应变云见图 4。

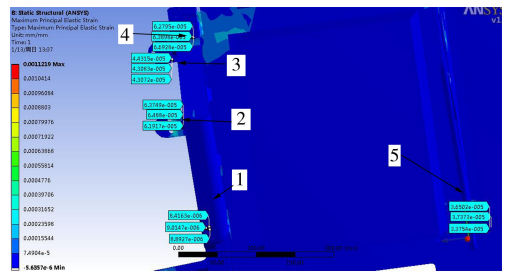


图 4 试验结果与关键点

Fig. 4 Test results and the position of key points

#### 2.1.2 静力试验

静力试验采用精密离心机进行试验,离心加速度为  $7g$ 。静力过载试验试验件安装见图 5,试验件固定在工作台上,通过离心机旋转所产生的向心力来模拟加工成品在实际工作时所受到的静力载荷。



图 5 样件安装方式示意图

Fig. 5 Installation method of the sample

采用应变片采集样件的应变,采集点选择有限元分析中应变最大的 5 处,具体位置见图 4,采集应变值见表 1。

表 1 各点数据

Tab. 1 Data of the key points

$10^{-6}$

编号	组别	$\varepsilon_y$	$\varepsilon_{45^\circ}$	$\varepsilon_z$
1	A	-77	68.1	-111.1
	B	-75.9	68.2	-111.1
2	A	-101.2	60.2	-80.3
	B	-102.3	60.2	-80.3
3	A	-104.5	32.9	-50.6
	B	-104.5	33.2	-52.8
4	A	-110	61.2	-86.9
	B	-110	60.5	-85.8
5	A	-71.5	41.3	-62.7
	B	-74.8	41.9	-62.7

各点最大主应变计算公式如下:

$$\varepsilon_{\max} = \frac{\varepsilon_{0^\circ} + \varepsilon_{90^\circ}}{2} +$$

$$\sqrt{\left(\frac{\varepsilon_{0^\circ} - \varepsilon_{90^\circ}}{2}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_{0^\circ} + \varepsilon_{90^\circ} - 2\varepsilon_{45^\circ}}{2}\right)^2} \quad (17)$$

求得各点主应变并与分析结果进行比较,结果见表 2。

表2 结果比较

Tab.2 Comparison of results

位置	试验值/ $10^{-6}$	分析值/ $10^{-6}$	误差/%
1	69.1	70.89	2.6
2	60.55	61.43	1.6
3	36.1	36.88	2.2
4	61.35	62.23	1.4
5	42.25	43.96	4.0

根据表2可知:基于三明治夹芯板理论建立的蜂窝夹层板等效模型在静强度方面是准确的。

## 2.2 随机振动分析与试验验证

### 2.2.1 有限元分析

本次随机振动仿真分析试验条件如表3所示。

表3 随机振动环境

Tab.3 Random vibration environment

频率范围/Hz	实验条件
20 ~ 150	6dB/oct
150 ~ 800	$0.3g^2/Hz$
800 ~ 2000	-3dB/oct

仿真模型如图3所示,取其前6阶模态进行分析,分析结果如表4所示。

表4 模态分析结果

Tab.4 Results of modal analysis

阶数	频率/Hz	阶数	频率/Hz
1	29.69	4	62.68
2	34.12	5	70.15
3	49.21	6	81.49

### 2.2.2 随机振动试验验证

本次试验设备采用20 t级电动振动台,如图6所示,其试验振动条件在表3中已经明确给出。



图6 试验样机安装方式

Fig.6 Installation method of the sample

为了保证试验结果的准确性,本部分试验分为三个阶段完成:随机振动前正弦扫频试验、随机振动试验、随机振动后正弦扫频试验。通过试验前后的正弦扫描对比分析,各点振动响应谱变化不大,频率衰减均非常小,说明随机振动试验并没有引起试验样机的破坏或损伤使用功能,试验件通过动强度环境考核,试验数据真实可靠。

根据随机振动试验结果,得到了试验样件的前6

阶模态,如表5所示。

表5 模态试验结果

Tab.5 Result of modal test

阶数	低频频率/Hz	随机频率/Hz	阶数	低频频率/Hz	随机频率/Hz
1	30.01	29.00	4	64.96	63.78
2	35.89	34.99	5	73.52	71.09
3	51.20	48.79	6	83.49	82.51

对比表5数据可以发现,随机振动前后的固有频率几乎相同,误差在5%以内,与试验曲线高度吻合。另外,对比表4中的分析结果,可以发现:分析结果与试验结果误差也在5%以内,证明仿真分析是准确的,进而说明该模型在动强度方面完全能够表征等效蜂窝夹层板的特性。

## 3 结论

(1)通过三明治夹芯板等效模型的静力有限元分析和静力试验结果对比可知:基于三明治夹芯板等效理论建立的有限元模型能够准确反映出蜂窝夹层板的静强度特性,分析方法有效,分析与试验结果误差在4%以内。

(2)通过三明治夹芯板等效模型的随机振动有限元分析和振动试验验证:基于三明治夹芯板等效理论建立的有限元模型可准确得出蜂窝夹层板各阶固有频率,等效模型能够准确表征蜂窝夹层结构动特性,分析与试验结果误差在5%以内。

(3)三明治夹芯板等效模型能够在很大程度上减少参数计算和有限元分析计算量、降低有限元分析计算时间,提高效率,是工程应用的有效方法。

(4)三明治夹芯板等效计算结果能够准确反映出蜂窝夹层结构各向等效弹性模量、等效泊松比、等效剪切模量的影响因素。

## 参考文献

- [1] 夏利娟,金咸定,汪庠宝. 卫星结构蜂窝夹层板的等效计算[J]. 上海交通大学学报,2003, 37(7): 999-1001
- [2] 徐胜今,孔宪仁,王本利,等. 正交异性蜂窝夹层板动、静力学问题的等效分析方法[J]. 复合材料学报,2000, 17(3): 92-95
- [3] 付立英,王维扬. 卫星用蜂窝夹层板的等效计算及实验研究[J]. 科学技术与工程,2008, 8(23): 6429-6432
- [4] 翟光,杨小平. 多层夹心蜂窝板动力学特性分析与仿真[J]. 计算机仿真,2006, 23(8): 44-45,85
- [5] Allen H G. Analysis and design of structural sandwich panel[J]. Oxford: Pergamon Press,1969
- [6] Gibson L J, Ashby M F, Schajer G S, et al. The mechanics of twodimension cellular materials[J]. Proc. R. Soc. Lond.,1982, A 382:25-42
- [7] 富明慧,尹久仁. 蜂窝芯层的等效弹性参数[J]. 力学学报,1999, 31(1): 113-118

(编辑 李洪泉)