

管道曲面构件自动铺丝路径规划

李燕元 王小平 王志国 朱丽君

(南京航空航天大学机电学院,南京 210016)

文 摘 提出了一种基于管道曲面广义螺旋线的铺丝路径生成算法,把芯模曲面的铺丝路径规划问题转化为求解该表面上的广义螺旋线。利用管道曲面广义螺旋线算法,通过求解初值问题的一阶常微分方程组就可得到精确的位于芯模面上的铺丝路径。该算法具体计算可以利用功能强大的计算软件 Matlab 中的 ODE45 函数,该函数是基于自适应的 4-5 阶龙格-库塔算法,因而可构造具有相对误差以及绝对误差的控制机制的铺丝路径。经过算例验证,该算法操作简单,精度能够满足铺丝技术工艺要求。

关键词 路径规划,复合材料,自动铺丝,广义螺旋线,龙格-库塔算法

Fiber Placement Path Planning for Canal Surface Component

Li Yanyuan Wang Xiaoping Wang Zhiguo Zhu Lijun

(College of Mechanical and Electrical Engineering, NUAA, Nanjing 210016)

Abstract A novel path generation algorithm for fiber placement is presented based on the generalized helical line on canal surface. Here the problem of path planning on the mould surface is transformed into the solution on generalized helical line. With this algorithm, the accurate generalized helical line is obtained by numerically solving the initial-value problems for a system of first-order ordinary differential equations. The new algorithm can be solved by ODE45 function of powerful Matlab based on adaptive 4-5-order Runge-Kutta algorithm. So the constructed fiber placement path has control mechanism for absolute and relative error. The practical examples indicate that this algorithm is easy to operate and the precision requirements of automatic fiber placement are easily satisfied.

Key words Path planning, Composite material, Fiber placement, Generalized helical line, Runge-Kutta algorithm

1 引言

一般以高性能纤维为增强体的复合材料具有高比强度、高比模量、良好的抗疲劳性和抗腐蚀性等优点^[1],因而广泛用于航空、航天等先进高科技领域,包括飞机的结构部件、雷达罩和人造卫星等方面。复合材料自动铺丝(AFP)^[2]技术是最近发展起来的复合材料自动成型技术之一,是在纤维缠绕技术^[3]和自动铺带技术^[4]基础上综合各自优点发展起来的。该技术涉及到机械、材料以及控制等诸多学科,其关键技术包括铺丝轨迹规划^[5]、铺丝机器人的驱动及控制技术等。铺丝轨迹规划是求取芯模表面铺丝路径的过程,使铺丝头沿芯模表面的铺丝路径完成规定的铺丝动作,为后续过程中机器人的驱动以及控制指令的求取提供必要的信息,因而是铺丝工艺过程的核心研究内容。

有关管道曲面的铺丝路径规划,已有若干研究。周焱等^[6]先求取了芯模表面的轴线,再向芯模表面

投影得到一条脊线。用类似的方法得芯模表面的一组脊线。利用求得的一组脊线上的点的法矢和切矢,做平面,偏转切矢,再做面,并求面和线的交点等一系列方法,最后在芯模表面上拟合离散点得到给定铺放角的螺旋铺放路径。该方法求取过程较为复杂,同时必须要 0° 铺放路径求取之后才能求取其他铺放角度的铺丝路径,所以有较大的局限性。林福建^[7]提出了一种用于自由曲面零件铺丝束成型轨迹规划的新方法,即基于 STL 文件格式的轨迹规划。由于 STL 文件使用三角形面片进行拓扑,从而逼近自由曲面,这使得在自由表面上的轨迹求取转化为在三角形面片上的连续轨迹求取。该方法对造型软件的依赖性大大减小,但存在着数据量大的问题。为此,本文提出了基于微分几何的管道曲面广义螺旋线构造算法,该算法只需求解一阶微分方程组,就可求得广义螺旋线,即为自动铺丝的铺放路径。

2 铺层规划与铺丝路径的构造方法

收稿日期:2010-04-13

基金项目:国家自然科学基金(51075206)资助

作者简介:李燕元,1986 年出生,硕士研究生,主要从事 CAD/CAM、复合材料自动铺丝技术等方面研究。E-mail:84573110@163.com

2.1 铺层规划

自动铺丝轨迹规划包括整体铺层规划和单层规划。整体铺层规划主要是根据复合材料构件的设计要求,确定铺层的取向、铺设顺序以及各层相对于总层数的比例和厚度。通过整体铺层规划,将设计要求细化到每个铺层,为单个铺层上铺丝路径的设计做好准备。复合材料铺层设计主要有两种^[8]:(1)按载荷分量布置纤维取向,以期最大限度地利用纤维承载的方向性;(2)利用铺层“剪裁”设计,以获得结构所需的刚度特性,特别是独特的耦合刚度。铺层规划过程中要注意几个原则。

(1)铺层取向按承载选取原则。即按载荷主方向铺设纤维,设计纤维取向。如果承受拉压载荷,则使铺层的方向按载荷方向铺设;如果承受剪切载荷,则铺层按 $\pm 45^\circ$ 方向成对铺设;如果承受双轴向载荷,则铺层按受载方向 0° 、 90° 正交铺设;如果承受多种载荷,则铺层按 0° 、 90° 、 $\pm 45^\circ$ 多向铺设。

(2)均衡对称铺设原则。除特殊需要外,一般都采用均衡对称铺设,以避免拉-剪、拉-弯耦合而引起固化后的翘曲等变形。

(3)铺层最小比例原则。为避免基体承载,减少湿热应力,使复合材料与其相连接的零构件的泊松比相协调,以减少连接诱导应力等,对于方向为 0° 、 90° 、 $\pm 45^\circ$ 铺层,其任一方向的铺层最小比例应大于6%–10%。

(4)铺设顺序原则。应使各定向层尽量沿着铺层厚度方向均匀分布。如果相邻两层纤维之间按相同铺设方向铺丝,将有一定的厚度要求,一般相同的层数不能超过4层,这样可以减少两种定向层之间的层间分层可能性。如果铺层中有 0° 、 90° 和 $\pm 45^\circ$ 层,应尽量使 $\pm 45^\circ$ 中间用 0° 或 90° 层隔开,也尽量使 0° 和 90° 层之间用 $\pm 45^\circ$ 层隔开,以降低层间应力。

(5)冲击载荷区设计原则。冲击载荷区铺层设计时,应有足够多的 0° 层,用以承受局部冲击载荷,同时也要有一定量的 $\pm 45^\circ$ 层,以使载荷扩散。

铺层划分的合理与否,关系到对构件性能设计要求的实现。在铺层规划完成以后,各铺层应实现的目标功能都已确定。

2.2 铺丝路径构造方法

根据已知的芯模管道曲面方程,求取曲面的轴线方程;或者根据曲面的轴线方程以及曲面的各截面的方程,求取曲面方程。同时,取螺旋角为整体铺层规划后确定的铺放角度,或者是有限元分析后确定的铺放角度,利用管道曲面广义螺旋线算法,求出广义螺旋线,即为所需求的铺丝路径。

3 铺丝路径规划

3.1 管道曲面的定义

管道的曲面的定义在本文可分为数学管道曲面以及工程管道曲面。

3.1.1 数学管道曲面

在直观几何中,管道曲面是指半径在变化的一族球的包络,各球心在其一定曲线上^[9],称该曲线为管道曲面的中心线。

3.1.2 工程管道曲面

工程管道曲面是指由数学管道曲面同胚映射^[10]得到的管状曲面。例如,常见的有飞机进气道等。

3.2 管道曲面轴线的求取

管道曲面轴线的求取可以通过以下步骤实现。

(1)以一定的等距距离,取一组平行于管道曲面底面截面的等距平面,它们与管道曲面相交可得一组闭合截面曲线。

(2)求取这组闭合截面曲线的几何形心,如图1所示。

(3)由这组截面曲线的几何形心点,插值出一条曲线,作为管道曲面的轴线,如图2所示的管道曲面轴线即为采用三次样条插值截面的几何形心点得到的^[11]。

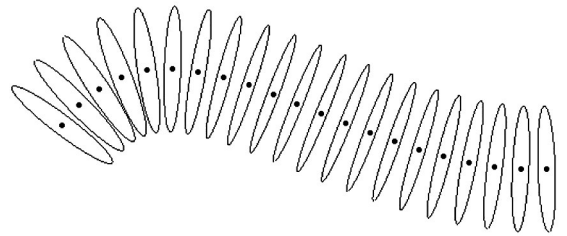


图1 管道曲面截面的形状和几何形心

Fig. 1 Shape of canal surface cross-sections and its geometrical center

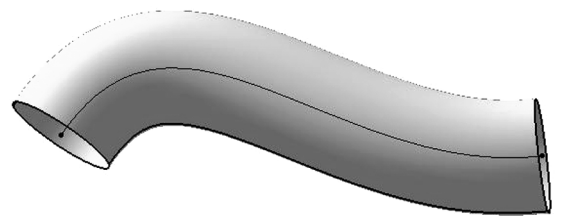


图2 管道曲面及其轴线

Fig. 2 Canal surface and its axis

3.3 管道曲面的求解

3.3.1 数学管道曲面的求解

根据管道曲面的定义,构建管道曲面如图3所示。设管道曲面的中心线为 $C(t)$, $r(t)$ 为包络球的半径, P 为管道曲面上的点,并且 $C(t)$ 为二阶连续, $r(t) > 0$, $\|C'(t)\|^2 > r'(t)^2$, $\|C'(t) \times C''(t)\| \neq 0$,根据文献[12],管道曲面的方程可由下面的推

导得出。

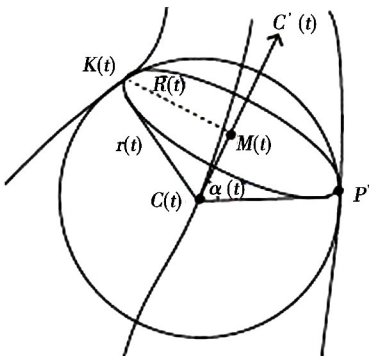


图3 管道曲面方程原理图

Fig. 3 Schematic diagram of canal surface equation

首先,管道曲面截面上点、轴线和包络球半径三者之间的关系方程为:

$$\begin{cases} \|P - C(t)\|^2 - r(t)^2 = 0 \\ (P - C(t)) \cdot C'(t) + r(t)r'(t) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

若 $\alpha(t)$ 是向量 $P - C(t)$ 与 $C'(t)$ 之间的夹角,如图3所示,那么可得:

$$\cos\alpha(t) = \frac{(P - C(t)) \cdot C'(t)}{\|P - C(t)\| \cdot \|C'(t)\|} = -\frac{r'(t)}{\|C'(t)\|} \quad (2)$$

观察图3,利用式子(2),我们可以计算出管道曲面的轴线方程 $M(t)$ 和截面半径 $R(t)$:

$$\begin{aligned} M(t) &= C(t) + r(t) \cos\alpha(t) \frac{C'(t)}{\|C'(t)\|} \\ &= C(t) - r(t) r'(t) \frac{C'(t)}{\|C'(t)\|^2} \end{aligned} \quad (3)$$

$$R(t) = r(t) \sin\alpha(t) = r(t) \frac{\sqrt{\|C'(t)\|^2 - r'(t)^2}}{\|C'(t)\|} \quad (4)$$

以 $M(t)$ 为原点,建立活动坐标系,最终可得到管道曲面的参数方程为:

$$K(t, \theta) = M(t) + R(t) (\cos\theta b_1(t) + \sin\theta b_2(t)) \quad (5)$$

式中, $0 < \theta < 2\pi$, $b_1(t)$ 与 b_2 为截面的基向量,分别为:

$$\begin{aligned} b_1(t) &= \frac{C'(t) \times C''(t)}{\|C'(t) \times C''(t)\|} \\ b_2(t) &= \frac{C'(t) \times b_1(t)}{\|C'(t) \times b_1(t)\|} \end{aligned}$$

3.3.2 工程管道曲面的求解

根据文献[11],可以通过已知的工程管道曲面的截面的方程,求得工程管道曲面。

(1)截取各截面线,如图4所示,并将其方程用NURBS表示。

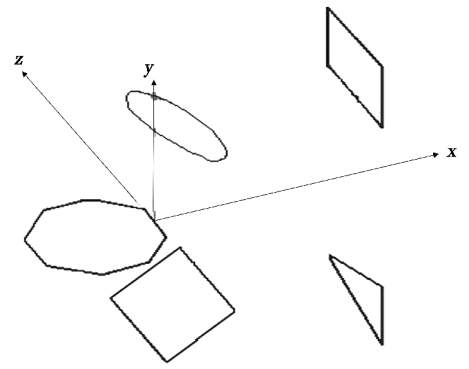


图4 管道曲面截面的形状

Fig. 4 Shape of canal surface cross-sections

(2)升阶,统一次数。

(3)插入节点,统一节点向量。

(4)确定 v 向(管道曲面的轴向方向)节点矢量。

(5) v 向NURBS控制点反求。

(6)正向计算工程管道曲面方程,所得的管道曲面见图5、图6。

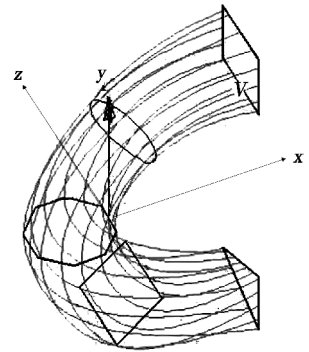


图5 管道曲面及其截面

Fig. 5 Canal surface and its cross-sections



图6 管道曲面

Fig. 6 Canal surface

3.4 管道曲面广义螺旋线的定义

在本文中,管道曲面广义螺旋线是指空间的点,按照一螺旋角 $\theta \in (0^\circ, 90^\circ)$ (θ 角可以是定角,也可以是变角),在管道曲面上做螺旋运动所生成的轨迹。

当 θ 取为定角时,称此类曲线为定角管道曲面广义螺旋线;反之,则称作变角管道曲面广义螺旋线。

3.5 管道曲面广义螺旋线的构造算法

3.5.1 变角

假定管道曲面的轴向方程为 $Q(t)$, 管道曲面方程为 $S(u, v)$, 其中 $u = u(t)$, $v = v(t)$ 。管道曲面的广义螺旋线的方程表示为 $P(t)$, 它是管道曲面 $S(u, v)$ 上的曲线。取管道曲面广义螺旋线上的点 $P(t)$ 与轴线 $Q(t)$ 上与之对应的点作一向量 $Q(t) - P(t)$, 则根据管道曲线的性质^[13]可得方程:

$$(Q(t) - P(t)) \cdot Q'(t) = 0 \quad (6)$$

在实际应用中, 广义螺旋线 $P(t)$ 在该点处的切

$$\begin{aligned} & [(Q' \cdot S_u)^2 - \cos^2\theta(t) \cdot Q'^2 \cdot E] \left(\frac{du}{dt}\right)^2 + 2(Q' \cdot S_u \cdot Q' \cdot S_v - \cos^2\theta(t) \cdot Q'^2 \cdot F) \frac{du}{dt} \frac{dv}{dt} + \\ & [(Q' \cdot S_v)^2 - \cos^2\theta(t) \cdot Q'^2 \cdot G] \left(\frac{dv}{dt}\right)^2 = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

对方程(6)两边同时求导, 并将代入 $P'(t) = S_u$

$\frac{du}{dt} + S_v \frac{dv}{dt}$, 可得方程:

$$S_u \cdot Q' \frac{du}{dt} + S_v \cdot Q' \frac{dv}{dt} - Q'^2 - (Q - P) \cdot Q'' = 0 \quad (9)$$

联立方程(8)和(9)求出广义螺旋线。再对方程组进行符号计算。为了使公式更加简洁, 假定 $A = (Q' \cdot S_u)^2 - \cos^2\theta(t) \cdot Q'^2 \cdot E$, $O = S_u \cdot Q'$, $B = 2(Q' \cdot S_u \cdot Q' \cdot S_v - \cos^2\theta(t) \cdot Q'^2 \cdot F)$, $C = (Q' \cdot S_v)^2 - \cos^2\theta(t) \cdot Q'^2 \cdot G$ (E 、 F 、 G 为第一基本齐式系数), $D = Q'^2 + (Q - P) \cdot Q''$, $T = S_v \cdot Q'$, 最终可得如下方程组:

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = \frac{0.5D \cdot (-BT \pm T \sqrt{(B^2 - 4AC)} + 2OC)}{(AT^2 - BOT + O^2C)} \\ \frac{dv}{dt} = \frac{-0.5D \cdot (OB - 2AT \pm O \sqrt{(B^2 - 4AC)})}{(AT^2 - BOT + O^2C)} \end{cases} \quad (10)$$

初始条件:

$$\begin{cases} u(0) = u_0 \\ v(0) = v_0 \end{cases} \quad (11)$$

联立(10)和(11), 采用数值积分, 便可得到 u, v 关于 t 的值, 再将求出的 u, v 值代入管道曲面方程中, 即可绘出管道曲面的广义螺旋线。值得注意的, 方程组(10)中的正负号的取定规则为: 当要求右旋的广义螺旋线, 则方程组中方程的右边正负号均取为正号; 反之, 若要求左旋的广义螺旋线, 则方程组中方程的右边正负号均取为负号。

3.5.2 定角

从变角管道曲面广义螺旋线的推导过程可以看出, 当 θ 取成定角, 联立公式(10)和(11), 采用数值积分, 便可绘出定角管道曲面广义螺旋线。

4 算法的实例验证

在复合材料成型技术中, 若芯模面为管道曲面, 且根据整体铺层规划后的角度, 求其铺丝路径的过程: 取定螺旋角为所已知的铺放角, 且在芯模曲面的

向量与轴线 $Q(t)$ 上相应点处的切向量所成角为 $\theta(t) \in (0^\circ, 90^\circ)$, 从而可得方程:

$$P'(t) \cdot Q'(t) = \|P'(t)\| \cdot \|Q'(t)\| \cdot \cos\theta(t) \quad (7)$$

由于 $P(t)$ 是管道曲面 $S(u, v)$ 上的曲线, 所以可得 $P'(t) = S_u \frac{du}{dt} + S_v \frac{dv}{dt}$ 。把式(6)两边平方并整理, 再将 $P'(t) = S_u \frac{du}{dt} + S_v \frac{dv}{dt}$ 代入, 可得方程:

端面截面上按一定的间距取一组初值, 生成一组螺旋线, 该螺旋线即为整个铺层的铺丝路径。

4.1 算例一

已知芯模管道曲面的轴线方程为: $C(t) = [10\cos(t), 10\sin(t), 2t]$, 曲面的包络球的半径大小为 $r(t) = 4 - 0.5t$ (t 为管道芯模曲面轴线参数)。则采用本文第三节介绍的管道曲面的构造方法, 可得到该芯模曲面如图7所示。

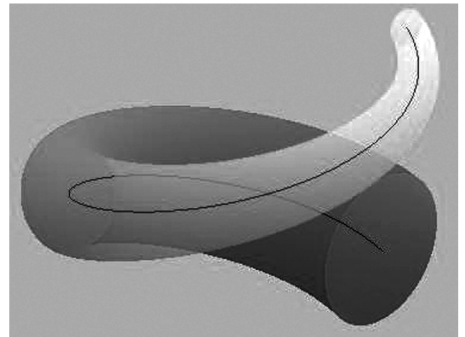


图7 芯模曲面

Fig. 7 Mould surface

假设铺放角为 60° , 则位于芯模管道曲面的铺丝路径如图8所示。

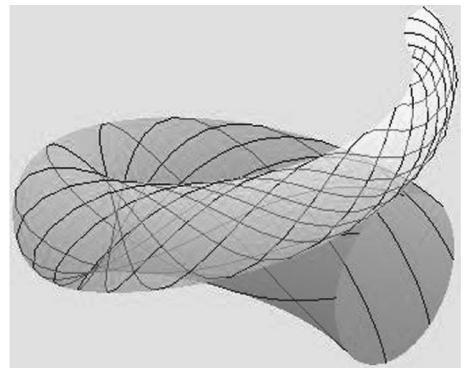


图8 芯模曲面及铺丝路径

Fig. 8 Mould surface and fiber placement path

4.2 算例二

假定芯模管道曲面的方程为：
$$S(u, v) = \left[\frac{0.5 \cdot [2\sin(u) \cdot \sqrt{\cos(u)^2 + 2} + \sqrt{2}\sin(v)]}{\sqrt{\cos(u)^2 + 2}}, \right.$$

$$\left. \frac{0.25\sqrt{4u \cdot [\cos(u)^2 + 2]} - \sqrt{2}\cos(v)\sqrt{\cos(u)^2 + 2} - \sqrt{2}\sin(v)\cos(u)}{\sqrt{\cos(u)^2 + 2}}, \right.$$

$$\left. \frac{0.25\sqrt{(4u \cdot [\cos(u)^2 + 2]) + \sqrt{2}\cos(v)\sqrt{\cos(u)^2 + 2} - \sqrt{2}\sin(v)\cos(u)}}{\sqrt{\cos(u)^2 + 2}} \right]$$

则采用本文第三节介绍的管道轴线的求取方法，求得的芯模曲面的轴线如图 9 所示。



图 9 芯模曲面及其轴线

Fig. 9 Mould surface and its axis

假设铺放角为 -60° ，则位于芯模管道曲面的铺丝路径如图 10 所示。

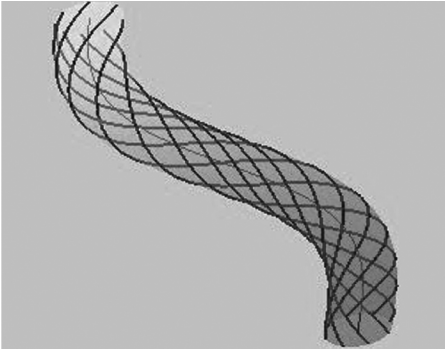


图 10 芯模曲面及铺丝路径

Fig. 10 Mould surface and fiber placement path

M. W. Tosh 和 D. W. Kelly 在 2001 年提出纤维铺放的方向与路径对复合材料构件的性能影响很大，为充分发挥纤维的性能，提高构件的承载能力，纤维铺放路径规划时，理想的方法是使铺放路径上的点的切线方向与复合材料构件在该点所受主应力的方向一致^[14]。所以，对承载能力要求比较高的复合材料构件，可以先对构件进行有限元分析，获得构件内部应力，求出铺放角函数，利用广义螺旋线算法求出基准铺丝路径；再对生成的铺丝路径，进行覆盖性分析，为铺丝头切断或调用丝束提供控制信息；最后，实现在 CATIA 中进行二次开发将自动铺丝路径生成系统进行仿真。

4.3 算例三

假定芯模管道曲面的方程为：

$$S(u, v) = [\sec(u)\sin(v), \sec(u)\cos(v), 3\tan(u)]$$
，铺放角的大小为： $\theta(t) = 0.5478 - 0.03t$ ，（ t 为管道芯模曲面轴线参数）。则利用广义螺旋线的构造算法，可得可变方向的铺丝路径如图 11 所示。

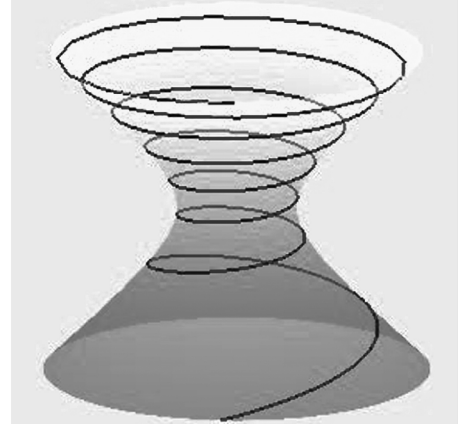


图 11 芯模曲面及可变方向的铺丝路径

Fig. 11 Mould surface and alterable direction fiber placement path

4.4 算例四

对飞机发动机进气道模型，利用管道曲面广义螺旋线算法，求得的铺丝路径如图 12 所示。

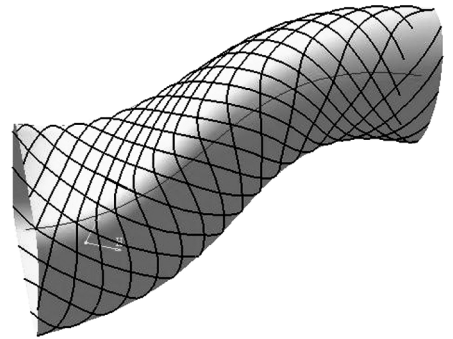


图 12 发动机进气道铺丝路径

Fig. 12 Fiber placement path of scramjet inlet

5 结论

利用广义螺旋线构造算法构造铺丝路径有如下优点。

(1) 操作简单。求解初值问题的一阶常微分方程组就可得到精确的位于芯模面上的铺丝路径。

(2) 精度高且可调。管道曲面广义螺旋线算法具体计算是利用 ODE45 函数，其精度通过属性域名为 AbsTol（相对误差）和 ReTol（绝对误差）来控制，具体意义为：每积分步中，估计误差 $e(i) \leq \max(\text{ReTol} * \text{abs}(y(i)), \text{AbsTol}(i))$ 。在默认情况

下, AbsTol 的取值为 $1e-3$, ReTol 的取值为 $1e-6$ 。而且, 还可以根据实际的需要对 AbsTol 和 ReTol 进行调整, 从而可以很方便得到所需精度的铺丝路径。

(3) 构造的铺丝路径具有更好的连续性。

本文提及的广义螺旋线的适用于构造螺旋角为 $(0^\circ, 90^\circ)$ 的广义螺旋线, 不适用于构造 $\theta = 0^\circ$ 与 $\theta = 90^\circ$ 的广义螺旋线。构造铺放角 $\theta = 0^\circ$ 的铺丝路径可以通过将芯模轴线正交投影到管道芯模曲面, 然后进行等距, 直至铺满整个铺层。针对铺放角为 $\theta = 90^\circ$ 的铺丝路径, 只需将铺层边界线进行等距, 然后采用分层插值的方法即可。

参考文献

[1] William P. Benjamin. The fiber placement path toward affordability [J]. SAMPE Journal, 1998, 34(3): 11-16

[2] Bijan Shirinzadeh, Chee Wei Foong, Boon Hui Tan. Robotic fibre placement process planning and control [J]. Assembly Automation. 2000, 20(4): 313-320

[3] 贾延林, 富宏亚, 路华, 等. 基于非测地线理论的回转体缠绕成型的数学模型[J]. 宇航材料工艺, 1997, 27(5): 46-49

[4] Daniel L. Automated tap placement with in-situ electron beam cure [J]. SAMPE Journal, 2000, 36(2): 11-33

[5] Bijan Shirinzadeh, Gary Cassidy, Denny Oetomo, et al.

Trajectory generation for open-contoured structures in robotic fibre placement[J]. Robotics and Computer-Integrated Manufacturing, 2007, 23: 380-394

[6] 周焱. 复合材料自动铺丝路径生成技术研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2006

[7] 林福建. 自动铺丝束成型的关键技术[J]. 设计与研究, 2005(3): 25-26

[8] 李顺林, 王兴业. 复合材料结构设计基础[M]. 武汉: 武汉工业大学出版社, 1993

[9] 希尔伯特. D(美国), 康福森. S(德国). 直观几何(下册)[M]. 王联芳译. 北京: 高等教育出版社, 1964

[10] 多卡模(巴西). 曲线和曲面的微分几何学[M]. 姜国英等译. 上海: 上海科学技术出版社, 1988

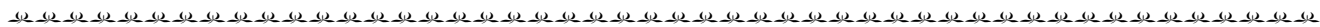
[11] 施法中. 计算机辅助几何设计与非均匀有理 B 样条[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1994

[12] Kim Kujin, Lee Inkwon. The perspective silhouette of a canal surface[J]. Computer Graphics-Three Dimensional Graphics and Realism, 2003, 22(1): 15-22

[13] 傅朝金. 空间的柱面螺线和广义螺线[J]. 工程数学, 2002, 18(3): 76-79

[14] Tosh M W, Kelly D W. Fiber steering for a composite C-beam[J]. Composite Structures, 2001, 53(2): 133-141

(编辑 吴坚)



(上接第 26 页)

In addition, the position of the ring ribs and the longitudinal ribs in the orthogrid Structure can be adjusted flexibly, so that the small cut-outs could be put in the grid and the ribs of the structure could be maintained continuously. The sizes of the grids are basically equal and the shapes of the grids are regular in the place of the overlap between the cut-out and the grid ribs, so it is easy to reinforce. According to the result, by adjusting the orthogrid ribs number and location, the stability of the shell with cut-out can be improved and the equipments can be easily installed. It can be used in structures which has multiple cut-outs and instruments.

5 Conclusions

This paper used the non-linear finite element method to calculate the axial compression capacity of the C/E CTWS. Based on the analysis, test cases were designed and tests of axial compression were carried out. Calculation results were consistent with test results.

In order to be used in the project, this kind of structure for cut-out repairing was calculated. The method presented in this paper has been proved and can be

used to solve complicated engineering problems.

According to the calculations and the experimental results combined with application, a principle of choosing wound structure was obtained and the principle could be applied to engineering.

References

[1] Wang Yi, Song Lin, Chen Zhiyuan. Finite element analysis for cut-out flange repaired reinforce of the composites[J]. Henan Chemical Industry, 2008, 25: 27-30

[2] Wu Hao, Yan Ying. Reliability-based optimization of composite structures subject to buckling constraint[J]. Acta Materialiae Compositae Sinica, 2007, 24(5): 149-153

[3] Jiang Yunpeng, Zhang Qingmao, Wang Yi, et al. Experiment studies and FEM simulation of repaired composite laminates[J]. Acta Materialiae Compositae Sinica, 2005, 22(5): 191-196

[4] Murphy A, Price M, Lynch C, et al. The computational post-buckling analysis of fuselage stiffened panels loaded in shear [J]. Thin-Walled Structures, 2005, 43: 1455-1474

(编辑 李洪泉)