

# 利用分段 $G^2$ 插值方法构造铺丝路径

朱丽君 王小平 李燕元

(南京航空航天大学机电学院, 南京 210016)

**文 摘** 提出了复合材料铺丝路径的规划方法, 其中铺丝基准路线是通过给定数据点的切方向及曲率向量或测地曲率值,  $G^2$  连续地插值曲面上点列的方法得到。利用正则参数曲面上一点的切空间与其参数平面对应点的切空间同构原理。将曲面上曲线的插值问题转化为其参数平面上类似的曲线插值问题。该方法能够用显式方程来表示表面上的  $G^2$  连续插值曲线。由于引入了若干控制参数, 可对曲线进行局部或整体的交互修改。利用该方法进行铺丝路径规划可以反映芯模面的曲率信息, 改变纤维的局部走向, 使其最终的结果更好地满足丝束铺放要求和构件几何性能的要求。实验证明该方法简单可行, 还可用于计算机辅助设计、计算机图形学等领域。

**关键词** Hermite 插值, 连续, 参数曲面, 铺丝路径

## Constructing Fiber Placement Paths With Piecewise $G^2$ Interpolation

Zhu Lijun Wang Xiaoping Li Yanyuan

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016)

**Abstract** This paper presents a method for path planning of robotic fiber placement, where the initial path is created with curvature continuous ( $G^2$ ) interpolation of data points on surface with specified tangent direction and curvature vector at every point. Making use of some conclusions deduced from the isomorphic relations between tangent spaces of both surface and its parametric domain at corresponding points, we convert the problem of curve interpolation on a parametric surface to a similar one on its parametric plane. The method enables us to express  $G^2$  interpolation curve of an arbitrary sequence of points on a parametric surface explicitly in parametric form. For introducing several free parameters into the method, we can modify the curve's shape locally or globally. Moreover, the resulted placement path can reflect the curvature of the mould surface and change the fiber's direction locally so as to satisfy better the demand of both fiber placement and surface geometry. Experiments demonstrate the method is simple, feasible and also applicable to computer aided design and computer graphics, etc.

**Key words** Hermite interpolation,  $G^2$  continuity, Parametric surface, Fiber placement path

### 0 引言

纤维增强复合材料构件广泛应用于航空、航天等先进高科技领域, 纤维铺放成形是一种新型的复合材料构件自动化制造技术。自动铺丝束成形技术是一种先进的快速成形制造技术, 该技术涉及到机械、材料以及控制等诸多学科, 其关键技术包括铺丝轨迹规划、铺丝机器人的驱动及控制技术等。而铺丝轨迹规

划的目的是求取芯模表面铺丝路径的过程, 使铺丝头沿芯模表面的铺丝路径完成规定的铺丝动作, 为后续过程中机器人的驱动以及控制指令的求取提供必要的信息, 因而是铺丝工艺过程的核心研究内容。

针对开边自由形铺丝面, Shirinzadeh<sup>[1]</sup> 给出了基于平截线、等距的铺丝路径规划方法, 该方法先用平面去截铺丝面得到一条曲线作为初始路径, 然后再等

收稿日期: 2009-09-25

基金项目: 国家自然科学基金 (Nos. 60673026 & 50475041)

作者简介: 朱丽君, 1983 年出生, 硕士研究生, 主要从事 CAD /CAM 方面的研究工作。E-mail: lijun5477@163.com

距得到均匀覆盖铺丝面的全部铺丝路径。平截线加等距是铺丝路径规划中的一个很有效的方法,然而大多情形适合小曲率或大曲率铺丝面。对于复杂形状的铺丝面,比如螺旋形,很难用平截线构造理想的初始路径。Waldhart<sup>[2]</sup>提出了平移参考丝束轨迹和平行参考丝束轨迹两种方法,简化了路径设计规划步骤,但对于复杂曲面铺丝问题算法有待修正。安鲁陵等<sup>[3-4]</sup>按载荷主方向铺设纤维,铺层取向主要分为 $0^\circ$ 、 $90^\circ$ 和 $\pm 45^\circ$ ,铺丝方向比较固定单一,只能沿着一定的方向进行铺放,而且主要针对特殊形状,比如飞机进气道展开讨论。王念东等<sup>[5]</sup>也讨论了类似于进气道的管状结构自动铺丝路径规划问题。党旭丹等提出了一种新的基于测地线的平行等距轨迹规划算法生成铺丝路径<sup>[6]</sup>,该算法需要计算高阶微分方程,计算量较大。针对开边自由曲面构件的路径规划算法有:邵冠军等<sup>[7]</sup>根据主应力的方向和大小提出了基于等距线、等分点原理的两种算法。王小平等<sup>[8]</sup>改进了 Shirinzadeh 等人 2007 年给出的利用平截线加等距方法构造的铺丝路径的算法。

以上方法构造铺丝路径是没有考虑芯模面的曲率信息以及铺丝路径的交互修改机制。本文提出了利用分段  $G^2$  插值方法构造铺丝路径,即依照芯模面上离散点的切矢、曲率信息构造一条  $G^2$  连续曲线作为初始路径,再进行等距运算得到一系列路径使其覆盖整个铺丝面。

### 1 表面上的插值与混合

把芯模面抽象为自由曲面,求解铺丝路径即为求表面上的曲线问题。

由于大部分 CAD 系统都采用参数化形式来表示

$$r(t) = (x(u(t), v(t)), y(u(t), v(t)), z(u(t), v(t))) = (x^*(t), y^*(t), z^*(t))^T, t \in [a, b]$$

则这条曲线在表面上,称为曲面曲线。显然,曲线  $u = u(t), v = v(t)$  为映射  $r: [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow R^3$  下的曲线  $r(t)$  的原像曲线。

文献[9]给出了以下定理。

定理 1 在给定点处指定切向方,一条正则表面上曲线的曲率向量和其原像曲线的曲率相互唯一确定。

定理 2 在给定点处指定切向,一条正则表面上曲线的测地曲率和其原像曲线的曲率相互唯一确定。

通过定理 1 和 2,得到进一步结论。

定理 3 正则表面上的曲线及其原像曲线在对应点具有相同的连续性,如位置连续,切向连续和曲率连续。

定理 4 正则表面上的曲线是  $G^1$  连续和曲率连续的,当且仅当其原像曲线在对应点为  $G^1$  连续和曲

率连续(向量),测地曲率连续亦有类似性质。

### 1.1 数学基础

通过  $G^2$  Hermite 插值解决上述问题,即寻求一条曲线插值数据点,并在数据点处具有给定的切方向、曲率向量。结合传统插值和微分几何理论知识,将表面上的插值问题转为其参数平面上类似的曲线插值问题。所得到的插值曲线的方程可由平面 4 次 Bézier 曲线与曲面方程复合映射得到。这种参数化表示有利于曲线的表示和计算及某点切向量的计算等问题。

在某些特殊情形,三次 Bézier 曲线足以解决平面  $G^2$  Hermite 插值问题<sup>[7]</sup>,但是其可解性受很多条件限制,从而妨碍处理一般的曲面曲线插值问题。即使对特殊情形,幸运地得解,然而这解一般具有唯一的形状,缺少能用于交互修改的自由形状参数。在曲线和曲面设计中特别希望得到这样的方法,在不改变给定数据的情况下能够交互地修改曲线曲面的形状。一般而言,由计算机系统生产的形状往往不能一步到位地满足用户要求,随后的形状修改是必要的。为此,必须通过增加插值曲线的阶数来处理一般插值问题并返回交互的控制参数。

设  $r(u, v) = (x(u, v), y(u, v), z(u, v))^T$  式中,  $u, v \in [0, 1]$  是  $C^1$  的正则曲面<sup>[8]</sup>。设在  $(u, v)$  平面内一条  $C^2$  曲线的方程为  $u = u(t), v = v(t), t \in [a, b]$ , 将他们带入上述曲面方程,得到一条  $C^{\min[r_1, r_2]}$  的空间曲线:

定理 5 正则表面上的曲线及其原像曲线在对应点处切向量互相唯一确定,它们的二阶导向量有相同性质。

### 1.2 $G^2$ 插值

讨论问题 1。给定一个三元偶  $(r_i, T_i, k_i), i = 1, \dots, s, T_i$  和  $k_i$  为所求曲线在点  $r_i$  处的切向量和曲率向量。从定理 1 和 5,知道每个三元偶  $(r_i, T_i, k_i)$  在映射  $r$  和切映射下都唯一对应其原像偶,记为  $(\alpha_i, t_i, k_i)$ ,其中  $t_i$  和  $k_i$  为曲线在参数平面内点  $\alpha_i$  处对应的切向量和曲率向量。这里的关键问题是计算  $\alpha_i$ ,也就是反算点  $r_i$  在参数平面内的参数值。当然能够用传统的牛顿迭代法来求原像点,但推荐文献[10]中的另一种方法,这种方法比传统方法有更高的计算精

度和更好的稳定性。对于  $t_i$  和  $k_i$ , 可用给定的  $T_i$  和  $k_i$ , 结合文献[9]中的公式(1)或(5)和(3)来计算。最后, 问题是归结为在平面上插值三元偶  $(\alpha_i, t_i, k_i)$ ,

$$\alpha_1(t) = b_{10}(1-t)^4 + 4b_{11}t(1-t)^3 + 6b_{12}t^2(1-t)^2 + 4b_{13}t(1-t)^3 + b_{14}t^4, t \in [0, 1] \quad (1)$$

显然,  $b_{10} = \alpha_1, b_{14} = \alpha_2; b_{11} = b_{10} + \lambda_{11}t_1, b_{13} = b_{14} - \lambda_{12}t_2$ , 其中  $\lambda_{11}, \lambda_{12}$  为正常数, 可作为形状参数。问题进一步归结为两端点切方向以及曲率向量给定而确定内部 Bézier 点。由曲率公式得:

$$\begin{cases} 4\lambda_{11}^2 k_1 + 3t_1 \wedge b_{10} = 3t_1 \wedge b_{12} \\ 4\lambda_{12}^2 k_2 + 3t_2 \wedge b_{14} = 3t_2 \wedge b_{12} \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $x \wedge y = \det(x, y)$ 。

上式也可写为:

$$\begin{pmatrix} \frac{4}{3}\lambda_{11}^2 k_1 + t_1 \wedge b_{10} \\ \frac{4}{3}\lambda_{12}^2 k_2 + t_2 \wedge b_{14} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_1^T \\ t_2^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} b_{12} \quad (3)$$

式中,  $t_1^T$  和  $t_2^T$  表示  $t_1, t_2$  的行向量。

如果  $t_1$  与  $t_2$  不平行, 则有

$$b_{12} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t_1^T \\ t_2^T \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \frac{4}{3}\lambda_{11}^2 k_1 + t_1 \wedge b_{10} \\ \frac{4}{3}\lambda_{12}^2 k_2 + t_2 \wedge b_{14} \end{pmatrix} \quad (4)$$

最后所得四次 Bézier 曲线段有两个独立的形状参数。

如果  $t_1$  与  $t_2$  平行,  $t_1 = \pm t_2$ , 那么

$\frac{4}{3}\lambda_{11}^2 k_1 + t_1 \wedge b_{10} = \pm \left( \frac{4}{3}\lambda_{12}^2 k_2 \pm t_1 \wedge b_{14} \right)$  不失一般性, 设  $k_2 \neq 0$ , 那么

$$\lambda_{12} = \sqrt{\frac{3 |t_1 \wedge (b_{14} - b_{10})| / 4 - |k_1| \lambda_{11}^2}{|k_2|}} \quad (5)$$

其中  $\text{sign}(k_i) = \text{sign}[(-1)^{i-1} t_i \wedge (b_{14} - b_{10})]$ 。

设  $t_1 = (t_{1u}, t_{1v})$ , 不失一般性, 假设  $t_{1u} \neq 0$ , 那么

$$b_{12} = \frac{1}{t_{1u}} \left[ \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{4}{3}\lambda_{11}^2 k_1 + t_1 \wedge b_{10} \end{pmatrix} + \mu_1 t_1 \right] \quad (6)$$

式中,  $\mu_1$  是任意常数。

这里所得四次 Bézier 曲线也可以由两个独立的形状参数确定。重复这一过程就可得到曲面上整个插值曲线的方程。如必要, 可用整体参数来表示插值曲线。例如, 用向心法参数化数据点  $\alpha_i (i = 1, 2, \dots, k)$ 。

$$\begin{cases} p_1 = 0 \\ p_i = p_{i-1} + \sqrt{|\alpha_i - \alpha_{i-1}|} \end{cases}, i = 2, 3, \dots, k$$

最后, 曲面曲线为如(7)式表示的混合曲线:

$$r \circ \alpha_i(t) \quad (7)$$

$i = 1, 2, \dots, s$ 。策略是分段插值, 只需考虑由一对三元偶决定的插值曲线问题, 如  $s = 2$ 。

通过下面的四次 Bézier 曲线来解决这个问题:

其中  $t = \frac{p - p_i}{p_{i+1} - p_i}, p \in [p_i, p_{i+1}], i = 1, 2, \dots, s - 1$

和  $\alpha_i(t) = b_{i0}(1-t)^4 + 4b_{i1}t(1-t)^3 + 6b_{i2}t^2(1-t)^2 + 4b_{i3}t(1-t)^3 + b_{i4}t^4, i = 1, 2, \dots, s - 1$

类似地, 由文献[9]中的(4)式, 可以处理测地曲率(而不是曲率向量)给定的插值问题。

### 1.3 交互控制手段

在 1.2 节中介绍了插值曲线设计中的自由参数, 即每个插值曲线都有两个自由形状参数  $\lambda_{i1}$  和  $\lambda_{i2}$ , 或  $\lambda_{i1}$  和  $\mu_i$ , 在后面的曲线修改中将会用到这些参数。

增大  $\lambda_{i1}$  或  $\lambda_{i2}$ , 或  $\lambda_{i1}$  和  $\mu_i$  均增大, 则内部 Bézier 点  $b_{i2}$  接近  $b_{i0}b_{i4}$ , 使平面插值曲线平直凹凸减小, 如图 2 所示。减小  $\lambda_{i1}$  或  $\lambda_{i2}$ , 或  $\lambda_{i1}$  和  $\mu_i$  都减小使内部 Bézier 点  $b_{i2}$  远离边  $b_{i0}b_{i4}$ , 使曲线凹凸明显, 见图 1。

若  $\lambda_{i1}$  或  $\lambda_{i2}$  过大, 或  $\lambda_{i1}, \lambda_{i2}$  均过大, 平面插值曲线会出现凹凸干涉。在应用中会经常用到这种干涉。

平面插值曲线形状的改变会最终引起曲面插值曲线相应形状的改变。如图 1、图 2 所示。

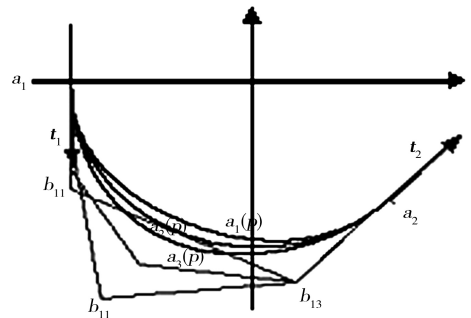


图 1  $\lambda_1$  取不同值时平面插值曲线的形状改变

Fig. 1 Shape change of planar interpolation curves with different  $\lambda_1$  values

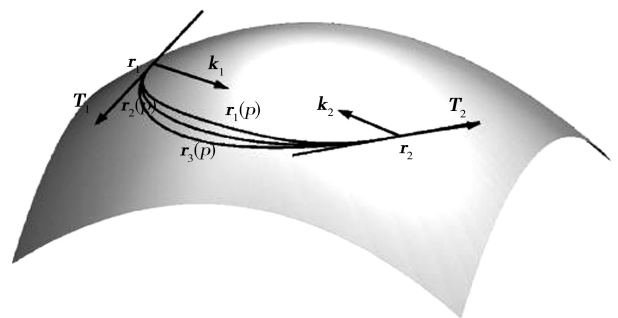


图 2 曲面曲线的形状修改  $r_i(p)$  对应  $\alpha_i(p)$

Fig. 2 Shape modification of surface curves where  $r_i(p)$  corresponds to  $\alpha_i(p)$

当  $t_{i1} = \pm t_{i2}$  时,  $\lambda_{i1}$  和  $\mu_i$  会有同样的情况。

起见, 仅以一对插值数据为例。

实际应用中, 当遇到未给定切方向和曲率向量或测地曲率而求曲面上  $G^2$  连续点序列的插值问题时, 可用 Hartmann 给出的方法来进行估计。详细过程见文献[11]。

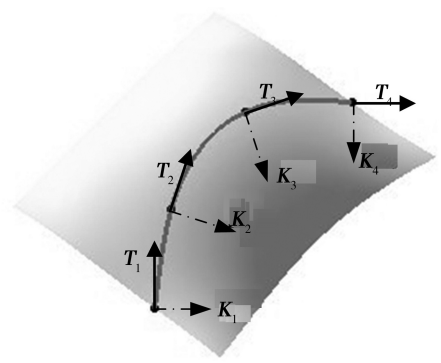


图3 抛物面上的  $G^2$  连续曲线插值

Fig. 3 Interpolation curve segment on paraboloid

## 2 实例

在抛物面上构造插值曲线来验证本文方法。设抛物面方程为:

$$r(u, v) = (u, v, (-u^2 - v^2)/8 + 9/4),$$

$$(u, v) \in [-4, 4] \times [-4, 4]$$

取抛物面的插值条件为:

$$r_1 = (-2\sqrt{2}, 0, 5/4); \quad r_2 = (2, -2, 5/4);$$

$$T_1 = (0, -2\sqrt{2}, 0); \quad T_2 = (2, 2, 0);$$

$$k_1 = (\sqrt{2}/4, 0, 0); \quad k_2 = (-1/4, 1/4, 0).$$

式中,  $k_1$ 、 $k_2$  表示所求端点处曲面曲线的曲率向量。计算它们在参数平面上的相应值为:

$$\alpha_1 = (-2\sqrt{2}, 0), \quad t_1 = (0, -2\sqrt{2}), \quad k_1 = \sqrt{2}/4;$$

$$\alpha_2 = (2, -2, ), \quad t_2 = (2, 2), \quad k_2 = \sqrt{2}/4.$$

应用 1.2 节给出的方法, 可以得到初始相曲线  $\alpha(t)$  的方程。

图 1 和图 2 控制参数不同, 其中  $\alpha_1(p)$ 、 $\alpha_2(p)$  和  $\alpha_3(p)$  对应为  $\lambda_{11}=1.84$  和  $\lambda_{12}=2$ ,  $\lambda_{21}=1.5$  和  $\lambda_{22}=2$  以及  $\lambda_{31}=1$  和  $\lambda_{32}=2$ 。  $r_i(p)$  为对应于  $\alpha_i(p)$  的曲线上的曲线,  $i=1, 2, 3$ 。图 3 和图 4 演示应用本文方法如何规划  $G^2$  连续的铺丝路径。图 5 是对铺丝路径进行局部交互修改的演示。事实上, 路径形状的局部修改归结为对应段上的参数  $\lambda_{i1}$  和  $\lambda_{i2}$  的数值增大或减小, 改变某一段曲线段对应的  $\lambda$  只改变该段曲线的形状, 而其他各段曲线段形状不受影响。为简单



图4 由基准路径生成等距路径

Fig. 4 Offset paths of initial curve

图 5 是在 CATIA 软件中实现的, 分别取不同的  $\lambda$  得到的不同的等距路径。其中图 5(a) 为对分段设计的基准路径的某一段(最上边一段)形状做了修改(对应的  $\lambda$  做了修改), 而其他两段保持不变。图 5(b) 和 (c) 为相应的等距铺放路径。

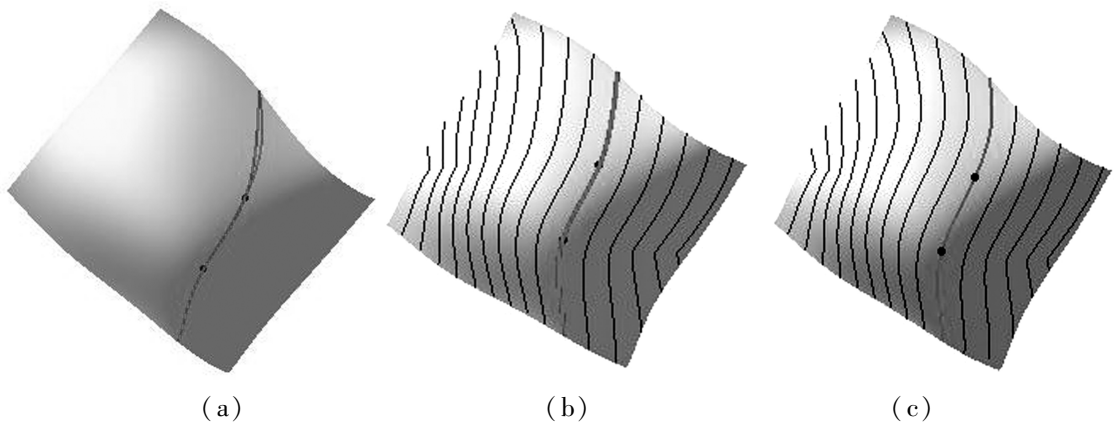


图5  $\lambda$  取不同值对铺丝路径做局部修改

Fig. 5 Local change of fiber path with different  $\lambda$

## 3 结论

对于复合材料铺丝成形而言, 提出了一种用分段  $G^2$  插值方法构造铺丝路径, 实现在自由曲面上按任意方向进行铺放的要求, 能够交互控制铺丝路径局部走

向, 使路径规划更加合理地反映芯模面的几何特性, 以及其他性能要求。对 CAD/CAM、计算机图形学而言, 提出了一种曲面曲线的表示方法, 该方法的主要思想及与现有方法的突出不同点是将曲面曲线的表

示转化为平面曲线的表示问题。插值点可任意分布。这种方法可用于每点处的测地曲率和曲率向量都给出的情况。这种方法的一个突出特点是所得的插值曲线为精确表示的参数方程,而不是两曲面相交的交线形式,这就省去了曲面相交算法的应用和较为繁琐的表示插值曲线的计算过程,从而使求值和导数计算更为简便。另外一个优点是求得的插值曲线具有局部性和合适的自由形状参数。

### 参考文献

[1] Bijan Shirinzadeh, Gary Cassidy, Denny Oetomo, et al. Trajectory generation for open-contoured structures in robotic fibre placement [J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2007, 23: 380-394

[2] Waldhart C, Gurdal Z, Ribbens C. Analysis of tow placed, parallel fiber, variable stiffness laminates [C]// Structures, Structural Dynamics & Materials Conference, Salt Lake City: AIAA Press, 1996: 2210-2220

[3] 周焱, 安鲁陵, 周来水. 复合材料自动铺丝路径生成

(上接第 17 页)

[17] Gorbunova K M, Glazunova V K. Present state of the problem of spontaneous growth of whisker crystals on electrolytic coatings [J]. *Translated From Zashchita Metallov*, 1984, 20(3): 342-358

[18] Nordwall B D. Air force links radar problems to growth of tin whiskers [J]. *Aviation Week & Space Technology*, 1986, 124: 65-68

[19] Diehl R. Significant characteristics of tin and tin-lead contact electrodeposits for electronic connectors [J]. *Metal Finishing*, 1993, 91(4): 37-42

[20] Tu K N. Cu/Sn interfacial reactions: thin-film case versus bulk case [J]. *Materials Chemistry and Physics*, 1996, 46(2): 217-223

[21] Ishii M, Kataoka T, Kruihara H. Whisker problem in the ultra-fine pitch circuits. // *Proc. of the 12<sup>th</sup> European microelectronics and packaging conf.*, 1999: 379-385

[22] Peach M O. Mechanism of growth of whiskers on cadmium [J]. *J. Appl. Phys.*, 1952, 23(12): 1401-1403

[23] Dunn B D, Burke W R, Batrick B. A laboratory study of tin whisker growth [R]. *European space agency (ESA) report STR-223*, 1987: 1-50

[24] Tu K N. Irreversible processes of spontaneous whisker growth in bimetallic Cu-Sn thin reactions [J]. *Phys. Rev. B*, 1994, 49(3): 2030-2034

[25] Lee B Z, Lee D N. Spontaneous growth mechanism of tin whiskers [J]. *Acta Metallurgica*, 1998, 46(10): 3701-3714

[26] Glazunova V K, Kudryavtsev N T. An investigation of the conditions of spontaneous growth of filiform crystals on electrolytic coatings [J]. *Translated from Zhurnal Prikladnoi Khimii*, 1963, 36(3): 543-550

[27] Britton S C, Clarke M. Effects of diffusion from brass substrates into electrodeposited tin coatings on corrosion resistance and whisker growth [C]. // *Proceedings of the 6th International Metal Fin-*

技术研究 [J]. *航空精密制造技术*, 2006, 42(2): 39-41

[4] 安鲁陵, 周焱, 周来水. 复合材料纤维铺放路径规划与丝数求解 [J]. *航空学报*, 2007, 28(3): 745-750

[5] 王念东, 刘毅, 肖军. 复合材料管状结构自动铺丝路径规划算法 [J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2008, 20(2): 228-233

[6] 党旭丹, 肖军, 还大军. 自动铺丝平行等距轨迹规划算法实现 [J]. *武汉大学学报*, 2007, 53(5): 613-616

[7] 邵冠军, 游有鹏, 熊慧. 自由曲面构件的纤维铺放路径规划 [J]. *南京航空航天大学学报*, 2005(11): 144-148

[8] 王小平, 安鲁陵, 张丽艳, 等. 基于弧长参数的开边自由曲面构件上纤维均匀覆盖 [J]. *航空学报 (英文版)*, 2008, 21(6): 571-57

[9] 王小平, 周儒荣. 参数曲面上的插值与混合 [J]. *软件学报*, 2004, 15(3): 451-460

[10] 胡世民. 基于活动仿射标架反求 Nurbs 曲线/曲面参数 [J]. *软件学报*, 2000, 11(1): 49-53

[11] Hartmann E.  $G^2$  interpolation and blending on surfaces [J]. *The Visual Computer*, 1996, 12(4): 18-192

(编辑 李洪泉)

ishing Conference, 1964: 205-211

[28] Madino Satoaki, Maeda Masayoshi. Citric acid-based tin or tin alloy-based plating bath [P]. *US .5118394*, 1991-10-28

[29] Rob Schetty. Minimization of tin whisker formation for lead-free electronics finishing [J]. *Circuit World*, 2001, 27(2): 17-20

[30] Cunningham K, Donahue M. Tin whiskers; mechanism of growth and prevention [J]. *Proc. of the 4th International Electronics Conf.*, SAMPE, 1990: 569-575

[31] Raby J, Johnson R. Is a lead-free future wishful thinking? [J]. *Electronic Packaging and Production*, 1999, 19(10): 18-20

[32] Kyung-Seob Kim, Chung-Hee Yu, Jun-Mo Yang. Behavior of tin whisker formation and growth on lead-free solder finish [J]. *Thin Solid Films*, 2006, 504(1-2): 350-354

[33] Brusse J, Leidecker H, et al. Metal whiskers: failure modes & mitigation strategies [J]. [http://nepp.nasa.gov/WHISKER/reference/tech\\_papers/2008-Brusse-Japan-Metal%20whiskers.pdf](http://nepp.nasa.gov/WHISKER/reference/tech_papers/2008-Brusse-Japan-Metal%20whiskers.pdf)

[34] Vo N, Nadaira Y, Matsura T, et al. Pb-free Plating for Peripheral/Leadframe Packages [C]. // *Proc. IEEE Elec. Comp. Conf.*, 2001: 213-218

[35] Wolfert F, Nhat Vo. Assessment of Pb-free finishes for leadframe packaging [J]. *IPC Elec. Circuits World Convention*, 2002, IPC56

[36] JESD22A121. 01. Test method for measuring whisker growth on tin and tin alloy surface finishes [S]

[37] JESD201. Environmental acceptance requirements for tin whisker susceptibility of tin and tin alloy surface finishes [S]

[38] JPO02. Current tin whiskers theory and mitigation practices guideline [S]

(编辑 任涛)