

移动窗口技术在复合材料局部应力计算中的应用

李海斌¹ 阳建红¹ 石增强¹ 钟建强²

(1 第二炮兵工程学院,西安 710025)

(2 第二炮兵青州士官学校,青州 262500)

文 摘 基于数字图像技术,获得非均匀复合材料的真实截面图像,以移动窗口方法依次选取截面中局部区域作为细观力学计算的单个胞元,结合改进的 FVDAM 方法获得复合材料的局部性能场,最后将得到的材料性能场输入有限元分析模型,求得复合材料在宏观载荷作用下的局部响应,为分析复合材料结构由于局部行为导致的失效提供了新的思路。

关键词 移动窗口,复合材料,局部应力

Application of Moving Window in Characterization of Local Stress Field of Composite Materials

Li Haibin¹ Yang Jianhong¹ Shi Zengqiang¹ Zhong Jianqiang²

(1 The Second Artillery Engineering Institute, Xi'an 710025)

(2 The Second Artillery Petty Officer School, Qingzhou 262500)

Abstract Based on digital image technique, true sectional image of heterogeneous composite materials was obtained. By selecting local region of the section as individual cell for micromechanics characterization, local property field of material was acquired with the use of moving-window technique in sequence combined with improved FVDAM (finite volume direct averaging method), then local property field is used in FEM, local stress is estimated in condition of macro-load, which presents a new way of thinking in analyzing failure of composite due to local behavior.

Key words Moving-window, Composite materials, Local stress

1 引言

复合材料结构的破坏不仅与宏观应力及应变场有关,而且与细观应力、应变场密切相关^[1]。对复合材料的应力分析,现有的方法是用平均材料性能代替整体性能,把复合材料作为匀质材料进行分析,而实际上复合材料结构是非均匀材料,因此,这种代替引入了计算非均匀材料局部行为的误差^[2-3]。由于材料的随机性,导致引起早期材料破裂的微观破坏机制具有多样性,当评估某些材料的现象时(例如累积损伤事件),材料的局部响应就变得相当重要。要获得复合材料的局部响应,一种方法是用有限元方法对复合材料真实结构进行建模,但是由于宏观尺度与细观尺度的差别较大,使所划分的结构网格数量巨大,计算效率不高,尤其对于大型复杂结构其有限元模型的建立和求解计算时间往往过长。移动窗口技术^[1,4]是近年来发展的用于处理非均匀材料随机结构局部

响应的技术,该技术采用窗口方法结合细观力学获得材料的局部性能场后,再将得到的性能场输入有限元分析中,进行局部应力分析。该方法的优点是可以将大型的复杂结构用窗口的方法进行分解运算,避免求解上的困难,但是它要求所用细观力学方法具有相当高的精度与求解效率。

Aboudi提出的 GMC^[5](通用单胞)方法采用粗略的网格划分,能够较为理想地进行复合材料弹性性能预报,由于 GMC 缺乏剪切-耦合,因而其应用受到限制,尤其在各向异性材料计算中;高精度通用单胞模型 HFGMC^[6]采用二阶位移模式,较好地解决剪切耦合问题,然而每个子胞又分为 2×2 个亚子胞,每个亚子胞需解 15 个方程,计算效率低,本文在 HFGMC 基础上,采用流体动力学中的直接体积平均技术(FVDAM)^[7],通过定义界面平均量来解决子胞界面的应力及位移连续问题,消除了亚子胞的概念,降低

收稿日期:2009-04-09;修回日期:2009-05-31

基金项目:总装备部“十一五”预研项目资助(51328040106)

作者简介:李海斌,1979年出生,博士研究生,研究方向为导弹武器发射系统生存技术研究。E-mail: lhlhb_0@sina.com

总的方程数目,既保证了计算精度,又满足了计算效率。改进后的 FVDAM 已应用到移动窗口中。

2 基于 FVDAM 的移动窗口技术

2.1 有限体积直接平均法

FVDAM 采用与通用单胞 GMC 相同的网格划分方式,将复合材料微结构用 $N_b \cdot N$ 个子胞表示(图 1);而其位移模式与 HFGMC 相同,采用二阶位移模式,即:

$$u_i^{(\cdot, \cdot)} = W_{i(00)}^{(\cdot, \cdot)} + y_2^{(\cdot, \cdot)} W_{i(10)}^{(\cdot, \cdot)} + y_3^{(\cdot, \cdot)} W_{i(01)}^{(\cdot, \cdot)} + \frac{1}{2} (3y_2^{(\cdot, \cdot)})^2 - \frac{h^2}{4} W_{i(20)}^{(\cdot, \cdot)} + \frac{1}{2} \left(3y_3^{(\cdot, \cdot)2} - \frac{l^2}{4} \right) W_{i(02)}^{(\cdot, \cdot)}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (1)$$

式中, $u_i^{(\cdot, \cdot)}$ 表示漂移位移, $W_{i(mn)}^{(\cdot, \cdot)}$ 是与每个子胞相关的未知细观微变量系数。

子胞应变 $\epsilon_{ij}^{(\cdot, \cdot)}$:

$$\epsilon_{ij}^{(\cdot, \cdot)} = \epsilon_{(ij)}^{(\cdot, \cdot)} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i^{(\cdot, \cdot)}}{\partial y_j^{(\cdot, \cdot)}} + \frac{\partial u_j^{(\cdot, \cdot)}}{\partial y_i^{(\cdot, \cdot)}} \right) \quad (2)$$

式中, $\epsilon_{(ij)}^{(\cdot, \cdot)}$ 为宏观应变。

当只考虑弹性形变时各子胞的本构方程:

$$\epsilon_{ij}^{(\cdot, \cdot)} = C_{ijkl}^{(\cdot, \cdot)} \epsilon_{kl}^{(\cdot, \cdot)} \quad (3)$$

定义界面平均位移,如图 2 所示。

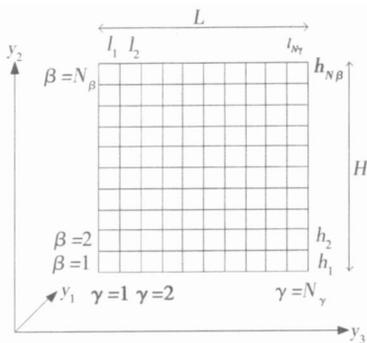


图 1 FVDAM 子胞的划分

Fig 1 Volume discretizations of unit cells

$$\bar{u}_i^{2\pm(\cdot, \cdot)} = \frac{1}{l} \int_{-l/2}^{l/2} u_i^{(\cdot, \cdot)} \left(\pm \frac{h}{2}, y_3^{(\cdot, \cdot)} \right) dy_3^{(\cdot, \cdot)}, \quad (4)$$

$$\bar{u}_i^{3\pm(\cdot, \cdot)} = \frac{1}{h} \int_{-h/2}^{h/2} u_i^{(\cdot, \cdot)} \left(y_2^{(\cdot, \cdot)}, \pm \frac{l}{2} \right) dy_2^{(\cdot, \cdot)} \quad (4)$$

由柯西关系定义界面平均应力:

$$t_i^{n(\cdot, \cdot)} = \epsilon_{ij}^{(\cdot, \cdot)} n_j^{(\cdot, \cdot)} \quad (5)$$

$$\bar{t}_i^{2\pm(\cdot, \cdot)} = \frac{1}{l} \int_{-l/2}^{l/2} t_i^{n(\cdot, \cdot)} \left(\pm \frac{h}{2}, y_3^{(\cdot, \cdot)} \right) dy_3^{(\cdot, \cdot)},$$

$$\bar{t}_i^{3\pm(\cdot, \cdot)} = \frac{1}{h} \int_{-h/2}^{h/2} t_i^{n(\cdot, \cdot)} \left(y_2^{(\cdot, \cdot)}, \pm \frac{l}{2} \right) dy_2^{(\cdot, \cdot)} \quad (6)$$

在式 (4)、(5) 中, $\bar{u}_i^{2\pm(\cdot, \cdot)}$ 表示子胞 (\cdot, \cdot) 界面

法向沿 y_2 方向的界面平均位移,上标“+”表示界面法向沿 y_2 正向,“-”表示界面法向沿 y_2 负向, $\bar{t}_i^{2\pm(\cdot, \cdot)}$ 表示子胞 (\cdot, \cdot) 界面法向沿 y_2 方向的界面平均应力。 $\bar{u}_i^{3\pm(\cdot, \cdot)}$ 和 $\bar{t}_i^{3\pm(\cdot, \cdot)}$ 分别为界面法向沿 y_3 方向的界面平均位移和界面平均应力。

界面应力连续和位移连续条件和周期条件:

$$\bar{t}_i^{2+(\cdot, \cdot)} + \bar{t}_i^{2-(\cdot+1, \cdot)} = 0, \bar{u}_i^{2+(\cdot, \cdot)} = \bar{u}_i^{2+(\cdot+1, \cdot)}, \quad i = 1, \dots, N-1, \text{ 当 } i = N \text{ 时, } \bar{u}_i^{2+(\cdot, \cdot)} = \bar{u}_i^{2+(\cdot+1, \cdot)} \quad (7)$$

$$\bar{t}_i^{3+(\cdot, \cdot)} + \bar{t}_i^{3-(\cdot, \cdot+1)} = 0, \bar{u}_i^{3+(\cdot, \cdot)} = \bar{u}_i^{3+(\cdot, \cdot+1)}, \quad i = 1, \dots, N-1, \text{ 当 } i = N \text{ 时, } \bar{u}_i^{3+(\cdot, \cdot)} = \bar{u}_i^{3+(\cdot, \cdot+1)} \quad (8)$$

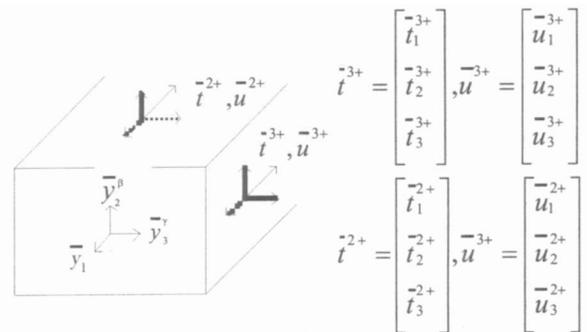


图 2 界面平均量的定义

Fig 2 Surface-averaged components in FVDAM

在体积平均意义下的平衡方程:

$$v_{ij}^{(\cdot, \cdot)} \bar{t}_{ij}^{(\cdot, \cdot)} dV^{(\cdot, \cdot)} = 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (9)$$

利用式 (1)、式 (3) 将 $\bar{t}_i^{2\pm}$ 、 $\bar{t}_i^{3\pm}$ 用 $W_{i(mn)}^{(\cdot, \cdot)}$ 表示, 利用 (8) 式将 $W_{i(mn)}^{(\cdot, \cdot)}$ 用 $\bar{u}_i^{2\pm}$ 、 $\bar{u}_i^{3\pm}$ 表示, 消去 $W_{i(mn)}^{(\cdot, \cdot)}$, 结合式 (7)、式 (8)、式 (9) 将位移矩阵 U 统一用宏观平均应变 $\bar{\epsilon}$ 表示:

$$KU = C \bar{\epsilon} \quad (10)$$

式中, U 为由 $\bar{u}_i^{2\pm}$ 、 $\bar{u}_i^{3\pm}$ 组成的矩阵, C 是与各子胞刚度相关的矩阵。由上式求得 U 并求得应变集中系数 $A^{(\cdot, \cdot)}$, 单胞平均应变用整体平均应变表示:

$$\bar{\epsilon}^{(\cdot, \cdot)} = A^{(\cdot, \cdot)} \bar{\epsilon} \quad (11)$$

复合材料的平均应力:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{HL} \sum_{\beta=1}^N \sum_{\gamma=1}^N h_{\beta} l_{\gamma} \bar{\sigma}^{(\cdot, \cdot)} \quad (12)$$

复合材料的有效刚度阵 C^* :

$$C^* = \frac{1}{HL} \sum_{\beta=1}^N \sum_{\gamma=1}^N h_{\beta} l_{\gamma} C^{(\cdot, \cdot)} A^{(\cdot, \cdot)} \quad (13)$$

在宏观应力作用下,求得宏观应变 $\bar{\epsilon}$,再由式 (11)、式 (3) 求得细观应力场 $\epsilon_{ij}^{(\cdot, \cdot)}$ 。

从上述求解过程可以发现,改进方法消除了亚子胞的概念,网格划分更方便,在求解方程时,原始方法

以微变量系数 $W_{i(mn)}$ 为未知量,每个亚子胞有 15 个方程,而改进方法以界面平均位移为未知量,每个子胞只有 6 个方程,总的方程数减少,执行效率高,而由于采用二阶模式,因而精度可与 HFMC 相比,精度和效率上满足移动窗口的要求。

2.2 移动窗口技术

移动窗口技术通过数字图像处理技术将具有不同亮度值的灰度图像来对应复合材料真实微结构中各个不同相。这种由数字图像数据输出的结构排列,映射图像的各个不同离散相,反映了材料的微结构,它能提供详细的微观力学模型,而对组成复合材料的各相的空间分布排列、大小尺寸和形状基本保持原来材料的特征,不需做任何假设。

通过对复合材料微结构截面进行拍照、数字图像处理 and 重建后,材料各相分别用具有不同亮度的灰度图像表示,对于两相长纤维复合材料,用白色或“1”像素代表纤维,黑色或“0”像素代表树脂基体。图 3 尺寸为 100 × 100 像素。重建后复合材料横截面的微结构如图 3 左侧所示。

每次以 $n \times n$ (n 以像素为单位) 的窗口尺寸将区域从建立的非均匀图像中剪出,将该区域作为一个代表性胞元,通过细观力学方法根据区域内组分性能和排列方式得到局部性能参数,这些参数被赋值给对应窗口中心点的局部坐标,如图 3 右侧所示。以上局部均匀化过程用相同的窗口尺寸在整个图像上重复,每个窗口重叠前面处理过窗口的 $(n-1)$ 像素。因此,对于 $N \times M$ 的图像,经过移动窗口技术可以得到 $(N-n+1) \times (M-n+1)$ 个窗口,也得到 $(N-n+1) \times (M-n+1)$ 的材料性能场。本文在计算材料性能场时,采用了改进后的 FVDAM 方法,获得的材料性能场后作为有限元的输入。

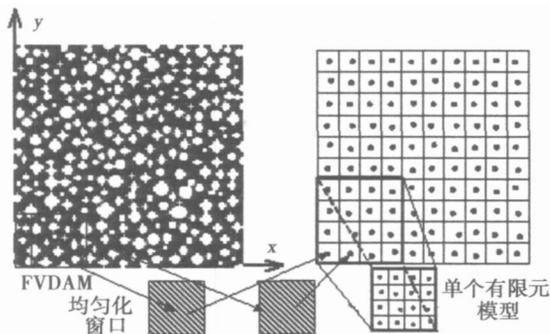


图 3 基于 FVDAM 的移动窗口技术

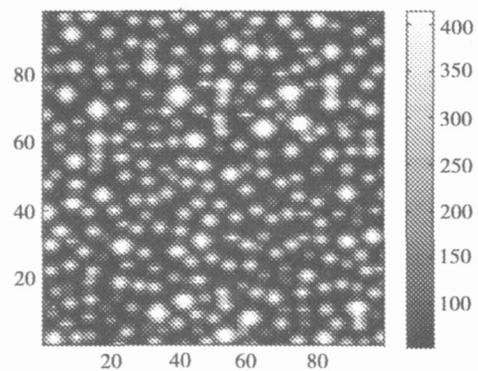
Fig 3 Moving-window technique based on FVDAM

3 移动窗口对弹性性能场的图像表征

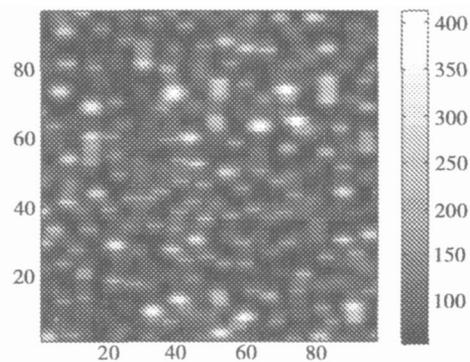
单向连续石墨(碳)纤维/环氧树脂复合材料, $E_{\text{石墨}} = 417.3 \text{ GPa}$, $\nu_{\text{石墨}} = 0.33$, $E_{\text{环氧}} = 55.2 \text{ GPa}$, $\nu_{\text{环氧}} = 0.2$ 。微结构中总的纤维体积分数为 35%。对生成的材料性能场,采用了 4 种不同的窗口,其大小分别为整个样本尺寸的 3% × 3%、5% × 5%、10% × 10%、20% × 20%,对应的窗口尺寸为 3 像素 × 3 像素、5 像素 × 5 像素、10 像素 × 10 像素、20 像素 × 20 像素,对 4 种不同窗口尺寸下所得的横向弹性模量 E_{22} 进行图像显示(图 4)。

图 4 显示的材料性能场对所选的窗口尺寸十分敏感。最小的窗口产生的材料性能场变化剧烈,并带有噪声,难以表征。相对而言,较大窗口产生的场覆盖较大的区域,材料的性能变化比较平滑,但它关于材料的局部行为,不能提供什么有用信息。另外小的窗口尺寸下计算量很大,为了兼顾计算效率,又不至于失去材料局部特征,必须合理选择窗口尺寸,对窗口尺寸上限根据材料性能场的相关面积计算,对窗口尺寸下限通过夹杂在无限基体中的弹性解求得^[1,4]。对图 3 所示截面,窗口尺寸选用 10 像素 × 10 像素。

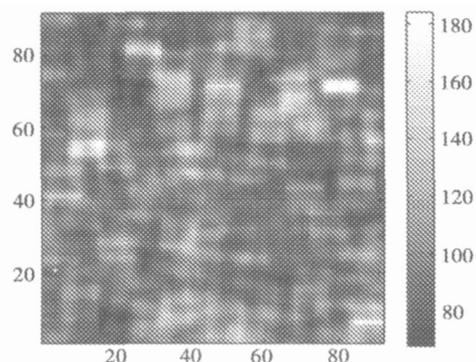
图 4 显示的材料性能场对所选的窗口尺寸十分敏感。最小的窗口产生的材料性能场变化剧烈,并带有噪声,难以表征。相对而言,较大窗口产生的场覆盖较大的区域,材料的性能变化比较平滑,但它关于材料的局部行为,不能提供什么有用信息。另外小的窗口尺寸下计算量很大,为了兼顾计算效率,又不至于失去材料局部特征,必须合理选择窗口尺寸,对窗口尺寸上限根据材料性能场的相关面积计算,对窗口尺寸下限通过夹杂在无限基体中的弹性解求得^[1,4]。对图 3 所示截面,窗口尺寸选用 10 像素 × 10 像素。



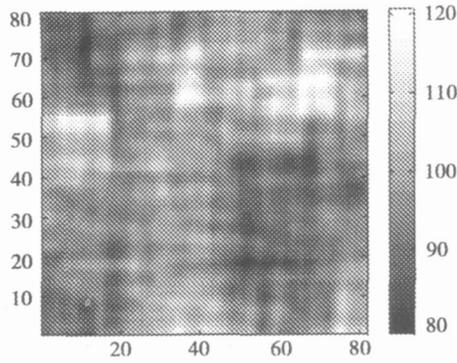
(a) 3% × 3%



(b) 5% × 5%



(c) 10% × 10%



(d) 20% ×20%

图 4 不同窗口尺寸下的横向弹性模量 E_{22} 的分布

Fig 4 Transverse elasticity modulus E_{22} distribution of different window size

4 移动窗口与有限元分析相结合的局部应力计算

移动窗口技术结合有限元计算局部应力流程图 5 所示,先用数字图像处理技术获得复合材料真实截面,用移动窗口结合 FVDAM 细观力学方法,求得局部性能场,将获得局部性能作为有限元的输入,再进行局部应力的计算。

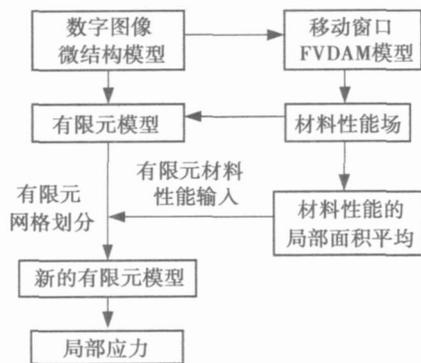


图 5 移动窗口 FVDAM 的有限元程序流程

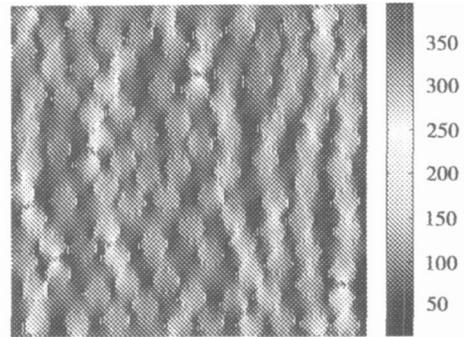
Fig 5 FEM program flow of moving-window FVDAM

对 n 像素 $\times n$ 像素的窗口尺寸,可以得到 $(N - n + 1) \times (M - n + 1)$ 个窗口,如如图 3 为 100 像素 \times 100 像素的总体截面,采用 10 像素 \times 10 像素的网格划分,可以得到 91×91 个窗口,在有限元计算时,原则上可以将每个窗口作为一个分析单元来处理,但当样本的尺寸过大时,由于这种非常精细的网格划分包含有几千至上万个节点,从计算效率的观点看代价是相当大的,尤其是每个单元中的刚度矩阵都是正交各向异性的。实际计算时,可以以 $m \times n$ ($m > 1$) 个窗口尺寸作为有限元分析单元,而单元内材料性能为 $m \times n$ 个窗口的局部平均值。

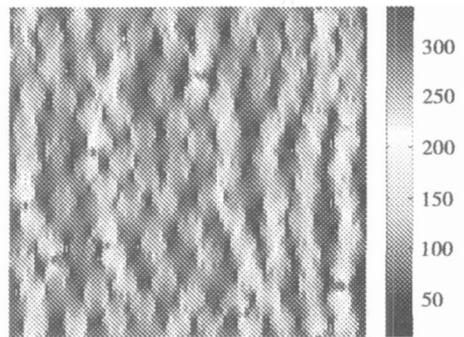
$$C^{(e)} = \frac{1}{A^{(e)}} \int_{A^{(e)}} C_0(x, y) dx dy \quad (14)$$

式中, $C^{(e)}$ 是赋予每个有限元单元 (e) 的材料性能, $C_0(x, y)$ 是从移动窗口 FVDAM 得到的每个均匀窗口的材料性能, $A^{(e)}$ 是有限元单元 (e) 的面积。

在有限元计算时选用 $3 \times 3, 7 \times 7$ 个窗口作为分析模型 (图 6),图 7 为在宏观载荷为 $\sigma_{yy} = 100$ MPa 下,两种网格划分形式下的局部应力 σ_{yy}, σ_{xx} 分布。



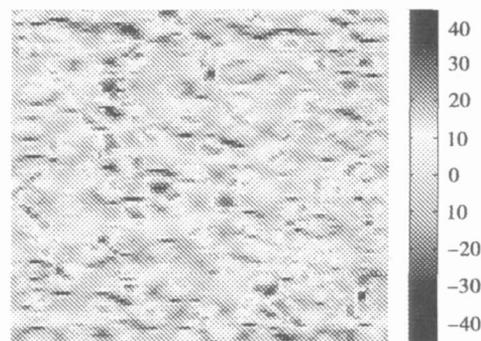
(a) 3×3



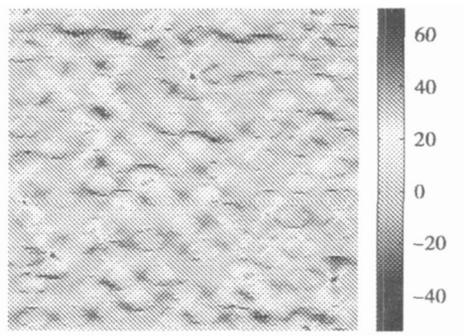
(b) 7×7

图 6 不同窗口尺寸下的 σ_{yy} 应力云图

Fig 6 σ_{yy} cloud map of different window size



(a) 3×3



(b) 7×7

图 7 不同窗口尺寸下的 σ_{xx} 应力云图

Fig 7 σ_{xx} cloud map of different window size

从图 7可以看出,在不同网格尺寸下得到的局部应力分布基本相同,不同之处在于随着网格的增大,局部应力场平均化程度加大,局部应力场中最大最小应力的差值减小,因此为了较完整的保持局部信息,在有限元计算时,对其网格划分的收敛性是非常值得研究的问题。

5 结论

考虑材料的真实结构,发展了材料局部应力计算的移动窗口技术,该技术以数字图像处理技术获得材料的真实截面形状,将改进后的 FVDAM 方法用于单个窗口的细观力学计算,在获得材料局部性能场后,再将其输入有限元中进行计算,由于采用移动窗口的方法,因而对于复杂结构的局部应力场都能计算,为分析复合材料结构由于局部行为导致的失效提供了新的思路。

参考文献

1 Baxtera S C, Hossain M I, Graham L L. Micromechanics based for particulate random material property fields reinforced composites. *International Journal of Solids and Structures*, 2001;

38: 9 209 ~ 9 220

2 胡更开,郑泉水,黄筑平. 复合材料有效弹性性质分析方法. *力学进展*, 2001; 31 (3): 361 ~ 395

3 曹礼群,崔俊芝. 复合材料拟周期结构的均匀化方法. *计算数学*, 1999; 21 (3): 331 ~ 344

4 Grahama L L, Baxterb S C. Simulation of local material properties based on moving-window GMC. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2001; 16: 295 ~ 305

5 Aboudi J. M. Micromechanical analysis of composites by the generalized cells model. *Mechanics of Materials*, 1992; 14 (2): 127 ~ 139

6 Jacob Aboudi, Marek-Jerzy Pinderab. Higher-order theory for periodic multiphase materials with inelastic phases. *International Journal of Plasticity*, 2003; 19: 805 ~ 847

7 Yogesh Bansal, Marek-Jerzy Pindera. Finite-volume direct averaging micromechanics of heterogeneous materials with elastic-plastic phases. *International Journal of Plasticity*, 2006; 22: 775 ~ 825

(编辑 吴坚)

《宇航材料工艺》征订启事

· 中国科技论文统计用刊 · 中国中文核心期刊

· 国际宇航文摘 (IAA)、美国化学文摘 (CA)、金属文摘 (METADEx) 收录核心期刊

- 《宇航材料工艺》创刊于 1971 年,是国内外公开发行的国家级技术类期刊
- 入《中国学术期刊(光盘版)》、中国期刊网及万方数据资源系统数字化期刊群等
- 在第二届国家期刊奖评比活动中获百种重点期刊奖
- 由航天材料及工艺研究所主办
- 主要报道我国材料及工艺的科技进展、科研成果和工程实践
- 主要栏目有:专论、综述、计算材料学、新材料新工艺、测试分析、工程实践、知识窗、科技信息、成果简介以及会议信息等

· 适合于航空、航天、冶金、石油化工、机械、电子、轻工、汽车、造船等行业,从事材料工艺研究生产的科研技术人员、管理人员及高校师生阅读。刊号 CN 11 - 1824/V,国际标准刊号 ISSN 1007 - 2330,双月刊 90 页,国际大大 16 开本,激光照排,逢双月出版,每期 15.00 元,全年 90.00 元,欢迎各界读者从速订阅。

本刊参加了天津半导体杂志社的联合征订,可汇款至天津半导体杂志社,邮编 300220,注明“订阅《宇航材料工艺》,代号 9769”。也可直接在期刊网站上在线订阅,订单填写后将订刊费汇至编辑部即可。

信 汇:北京市工商银行东高地支行,户名:航天材料及工艺研究所,账号:0200006509008800374 (务必将订单与银行回执复印件寄回)

邮汇地址:北京市 9200 信箱 73 分箱 18 号《宇航材料工艺》编辑部 邮编 100076

电话:010 - 68383269; E - mail: 703@china.com

网址: <http://www.yhclgy.com>