

高黏度新型功能材料黏性系数的参数辨识

姜贵庆¹ 李仲平² 俞继军¹

(1 中国航天空气动力技术研究院,北京 100074)

(2 航天材料及工艺研究所,北京 100076)

文 摘 高黏度氧化硅复合材料是目前国内综合性能较好的一种新型功能材料,高温黏性系数是其重要的性能表征参数,本文利用烧蚀求解的反问题原理,应用灵敏度法,推导出了确定黏性系数参数的灵敏度方程,并给出这种高黏度功能材料的黏性系数,利用计算的黏性系数得到的烧蚀速率的计算结果与试验结果是相符的。

关键词 SiO_2 基复合材料,黏性系数,参数辨识

Parameter Identification of Viscosity Coefficient for High Viscosity New Type Function Composite

Jiang Guiqing¹ Li Zhongping² Yu Jijun¹

(1 China Academy of Aerospace Aerodynamics, Beijing 100074)

(2 Aerospace Research Institute of Materials & Processing Technology, Beijing 100076)

Abstract Recently, the high viscosity SiO_2 matrix composite is a good function material for its synthetic property, and the high temperature viscosity coefficient is an important parameter for its ablation performance. The sensitive equations of parameters for viscosity coefficient are presented by inverse problem method. The calculated ablation velocity by using the viscosity coefficient of parameters identification method is consistent with that of the test results.

Key words SiO_2 Matrix function composite, Viscosity coefficient, Parameters identification

1 引言

目前我国已成功研制高黏度 SiO_2 基功能复合材料的条件,在我国尚未建立复合材料高温黏性系数测试系统的条件下,利用系统辨识原理,预测这类材料的高温黏性系数是十分必要的。本文应用灵敏度法,推导出了确定黏性系数参数的灵敏度方程,并给出这种高黏度功能材料的黏性系数,利用给出的黏性系数计算的烧蚀速率与试验结果进行了比较。

2 求解反问题原理

系统分析和系统识别是一个问题的两个方面^[1],通常系统分析是求解正问题,系统辨识是求解反问题。图1给出典型的系统辨识过程图,辨识的基本思想是根据

系统的运作和试验测量的数据按照给出的系统“等价准则”,从一群候选模型的集合中,确定出一个与系统特性相等价的数学模型,其过程见图1。

对于正问题是给定输入条件,由系统数学模型及参数给出输出结果,而反问题是给定输入条件,由输出结果修改数学模型及参数,再由等价原则得到正确的系统数学模型及参数。系统辨识应用于空气动力学,即为气动参数辨识,它是飞行器系统辨识中发展最为成熟的一个领域,系统辨识应用于材料的性能参数辨识还是一个尚待开发的领域,文献[2]用灵敏度法对材料的热导率成功进行了参数辨识,文献[3]亦成功对涂层耐热材料进行了参数辨识,本文对 SiO_2

收稿日期:2008-03-19

作者简介:姜贵庆,1934年出生,研究员,主要从事热防护和气动热力学研究

基本功能材料的黏性系数进行参数辨识。

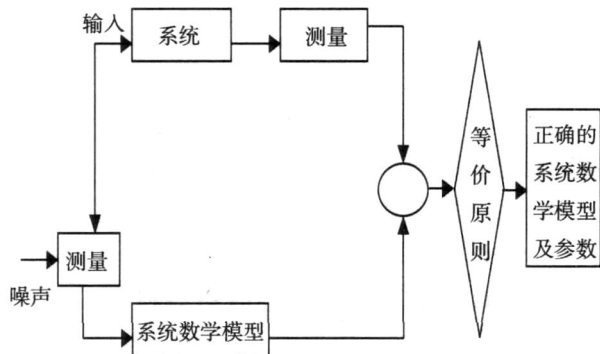


图 1 参数辨识原理

Fig 1 Theory of parameter identification

3 状态方程与灵敏度方程

3.1 状态方程

高黏度 SiO_2 基功能复合材料的液态层质量守恒方程为^[4-5]:

$$(1 - f)\bar{V}_L = \frac{2}{\mu_{wL}} (\bar{w}_x - 2\bar{p}_{xx}) \quad (1)$$

式中, 物理量均为有因次量, \bar{V}_L 为烧蚀速率, f 为气化分量, \bar{w}_x 为液态层厚度, μ_{wL} 为黏性系数, \bar{p}_{xx} 为摩擦力对 \bar{x} 的偏导数, \bar{p}_{xx} 为压力对 \bar{x} 的二次导数。(1)式即为系统运作的守恒方程, 即状态方程。

为方便灵敏度方程的运算, 将 (1) 式写成无因次方程: 令

$$V_L = \bar{V}_L / \bar{V}_L^*, \quad \bar{w}_x = \bar{w}_x / \bar{x}^*, \quad \mu = \mu_{wL} / \mu_{wL}^*$$

$$\bar{p}_{xx} = \bar{p}_{xx} / (p / \bar{x}^2)$$

将上式代入 (1), 就有

$$(1 - f)V_L = \frac{2}{\mu} (\bar{w}_x - 2p_{xx}) F \quad (2)$$

式中,

$$F = \frac{\bar{x}^2}{\mu_{wL} \bar{V}_L}$$

$$= \frac{\bar{K}_L \bar{T}_w}{x^* n \bar{q}_{or} (1 - \bar{h}_w / \bar{h}_r) - f \bar{V}_L \bar{H}_c} \quad (3)$$

式中, \bar{q}_{or} 为驻点热流, \bar{h}_r 为驻点恢复焓, \bar{h}_w 为壁面气体焓, \bar{H}_c 为化学反应热, \bar{V}_L 为高温熔融液体密度, \bar{T}_w 为烧蚀过程中材料的表面温度。

$$f = A_2 + A_3 \frac{1}{V_L} \quad (4)$$

$$A_2 = \frac{(f_b / 2) (1 + A_1)}{1 + 0.62B_c + 0.62(1 + A)A_1} \quad (5)$$

$$A_3 = \frac{[A_1 + (1 + A_1)B_c] \bar{q}_{or} / (\bar{V}_L \bar{V}_L^* \bar{h}_r)}{1 + 0.62B_c + 0.62(1 + B_c)A_1} \quad (6)$$

$$A_1 = \frac{1}{M(p_c / p_v) - 1} \quad (7)$$

式中, p_c 为驻点气体压力, p_v 为 SiO_2 的饱和蒸汽压, M 为空气与引射气体分子量的比值。

$$\mu_{wL} = \mu_{wL}^* \exp[-20a + (17.22b / T_w)] \quad (8)$$

式中, a, b 分别为待辨识的参数。

$$n = 17.22b / T_w \quad T_w = \bar{T}_w / 4000$$

3.2 灵敏度方程

定义无因次烧蚀速率对待辨识参数的偏导数为灵敏度函数

$$c = \frac{\partial V_L}{\partial a}, \quad d = \frac{\partial V_L}{\partial b}$$

函数 c, d 所满足的数学守恒方程称为灵敏度方程, 以下推导灵敏度方程。

(2) 式两边对 a, b 求偏导, 并应用以下关系式

$$= \frac{\bar{K}_L (\bar{T}_w - \bar{T}_0)}{x^* n (A_6 + A_7 V_L)} \quad (9)$$

$$a = \frac{-\bar{K}_L (\bar{T}_w - \bar{T}_0)}{x^* n (A_6 + A_7 V_L)^2} \cdot (A_7 c) \quad (10)$$

$$b = \frac{-\bar{K}_L (\bar{T}_w - \bar{T}_0)}{x^* n (A_6 + A_7 V_L)} \cdot \frac{17.22}{T_w} - \frac{\bar{K}_L (\bar{T}_w - \bar{T}_0)}{x^* n (A_6 + A_7 V_L)^2} \cdot (A_7 d) \quad (11)$$

可得到以下灵敏度方程

$$c = \frac{-40^2}{\mu_{wL}} (\bar{w}_x - 2p_{xx}) F \quad (12)$$

$$d = \frac{\frac{-\bar{K}_L (\bar{T}_w - \bar{T}_0)}{x^* n^2 (A_6 + A_7 V_L)} \cdot \frac{17.22}{T_w} - \frac{2^2}{\mu_{wL}} \cdot \frac{17.22}{T_w} (\bar{w}_x - 2p_{xx})}{(1 - A_2) + \frac{4}{\mu_{wL}} (\bar{w}_x - 2p_{xx}) \cdot \frac{\bar{K}_L (\bar{T}_w - \bar{T}_0)}{x^* n (A_6 + A_7 V_L)^2} A_7} F \quad (13)$$

式 (12)、(13) 即为确定灵敏度函数 c, d 的灵敏度方程。

4 灵敏度方程的求解与待辨识参数的确定

有了灵敏度方程, 还需要辨识准则函数, 以求出辨识参数 a 和 b 。

本文应用最大似然法来确定辨识准则函数。

最大似然法的含义为:若系统模拟是正确的,则有关系统中未知参数的信息全部包含于似然函数之中,对于给定的观察量 X ,参数估计的最大似然法,就是选取参数 $\hat{\theta}$ 使似然函数 L 达到最大值。

$$\hat{\theta} = \max L(\theta/X) \quad (14)$$

引进辨识准则函数,

$$J = \sum_{i=1}^n |V^i(a, b, T_w) - Z^i(T_w)|^2 \quad (15)$$

式中, i 指不同试验状态, $V^i(a, b, T_w)$ 是满足状态方程的解, $Z^i(T_w)$ 为观察值,可表示为 $Z = V^i(T_w) + \text{er}$, er 为观察噪音。

对 J 进行泰勒展开,有下式

$$J_{n+1} = J_n + \frac{\partial J}{\partial a} \Delta a + \frac{\partial J}{\partial b} \Delta b + o(\Delta a^2, \Delta b^2) \quad (16)$$

J 取最小值的必要条件为

$$\frac{\partial J_{n+1}}{\partial a} = 0 \quad (17)$$

$$\frac{\partial J_{n+1}}{\partial b} = 0 \quad (18)$$

利用式 (17)、(18), 可建立确定 a 、 b 二个代数方程:

$$\frac{\partial^2 J}{\partial a^2} \Delta a + \frac{\partial^2 J}{\partial a \partial b} \Delta b = - \frac{\partial J}{\partial a} \quad (19)$$

$$\frac{\partial^2 J}{\partial a \partial b} \Delta a + \frac{\partial^2 J}{\partial b^2} \Delta b = - \frac{\partial J}{\partial b} \quad (20)$$

公式 (15) 对 a 和 b 求偏导, 可得:

$$\frac{\partial J}{\partial a} = 2 \sum_{i=1}^n [V^i(a, b, T_w)^i - Z^i(T_w)^i] \frac{\partial V^i}{\partial a} \quad (21)$$

$$\frac{\partial J}{\partial b} = 2 \sum_{i=1}^n [V^i(a, b, T_w) - Z^i(T_w)] \frac{\partial V^i}{\partial b} \quad (22)$$

对 J 求二阶偏导, 则有

$$\frac{\partial^2 J}{\partial a^2} = 2 \sum_{i=1}^n [V^i(a, b, T_w)^i - Z^i(T_w)^i] \frac{\partial^2 V^i}{\partial a^2} + 2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial V^i}{\partial a} \right)^2$$

对收敛解, 上式中第一项很快趋于零, 可略去, 这样 J 对 a 、 b 的二阶偏导数可分别写成:

$$\frac{\partial^2 J}{\partial a^2} = 2 \sum_{i=1}^n c^2 \quad (23)$$

$$\frac{\partial^2 J}{\partial a \partial b} = 2 \sum_{i=1}^n cd \quad (24)$$

$$\frac{\partial^2 J}{\partial b^2} = 2 \sum_{i=1}^n d^2 \quad (25)$$

这样可由公式 (19) ~ (25) 求出 a 和 b 。

整个辨识过程可概括为:

- (1) 给出预定值 a_0, b_0 ;
- (2) 求解灵敏度方程 (12)、(13) 得到 $c(a, b, T_w, V^i)$ 、 $d(a, b, T_w, V^i)$;
- (3) 由公式 (15) 计算辨识准则函数及其一阶、二阶导数, 并由公式 (19)、(20) 计算 a 和 b ;
- (4) 判断是否收敛, 即

$$\left| \frac{J^{n+1} - J^n}{J^{n+1}} \right| < \epsilon \quad \text{为控制小量}$$

若收敛, 则

$$a = a_0 + \Delta a \quad b = a_0 + \Delta b$$

若不收敛, 则以 a, b 返回 (2) 重复迭代, 辨识的流程见图 2。

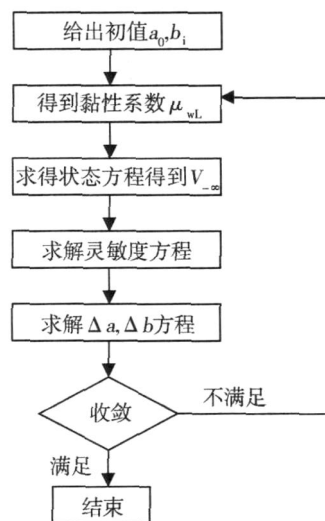


图 2 参数辨识流程

Fig 2 Solving process of parameter identification

5 高黏度 SD₂基功能复合材料的黏性系数辨识

5.1 黏性系数的辨识参数

黏性系数一般可表示为:

$$\bar{\mu}_{wL} = 0.01 \exp(A + B/\bar{T}_w)$$

由于 A, B 较大, 为方便辨识取:

$$A = -20a$$

$$B/\bar{T}_w = 17.22b/(\bar{T}_w/4000)$$

5.2 试验状态与结果

试验状态见表 1, 试验结果见表 2。辨识结果为:

高黏试件

$$\bar{\mu}_w = 0.01 \exp\left(\frac{73364}{T_w} - 18.702\right)$$

低黏试件

$$\bar{\mu}_w = 0.01 \exp\left(\frac{72667}{T_w} - 19.001\right)$$

表 1 状态参数

Tab 1 Parameters of tests

状态	$\bar{q}_{or}/\text{MW}\cdot\text{m}^{-2}$	$h_r/\text{MJ}\cdot\text{kg}^{-1}$	p_c/MPa
1	5.5	4	0.135
2	7.5	6	0.152
3	9.0	7	0.155
4	12.5	8.3	0.356

表 2 试验结果

Tab 2 Test results

状态	高黏试件		低黏试件	
	$V_w/\text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$	T_w/K	$V_w/\text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$	T_w/K
1	0.048	2413	0.096	
2	0.300	2483	0.350	2613
3	0.356	2683	0.520	2813
4	0.500	2753	0.640	2799

利用辨识的黏性系数结果,计算了四个试验状态的烧蚀速率,表 3 给出烧蚀速率计算与试验结果的比较。结果表明:计算的烧蚀速率与试验结果是相符的。

表 3 烧蚀速率计算与试验结果的比较¹⁾

Tab 3 Ablation velocity comparison of calculation with tests

状态	高黏度试件		低黏度试件	
	计算	测量	计算	测量
1	0.117	0.060~0.090	0.135	0.080~0.100
2	0.208	0.190~0.235	0.230	0.232~0.244
3	0.266	0.232~0.290	0.295	0.232~0.312
4	0.369	0.037~0.460	0.401	0.388~0.412

6 结论

用参数辨识方法,给出高黏度 SiO_2 基功能复合材料黏性系数的辨识结果,利用计算的黏性系数得到的烧蚀速率计算结果与试验结果是相符的。表明辨识的结果是成功的。本文的研究可为今后材料物性参数的确定,提供一种新的测试技术。

参考文献

- 1 蔡金狮. 动力学系统辨识与建模. 北京:国防工业出版社, 1991: 2~4
- 2 任斌,蔡金狮. 用灵敏度法对分布参数系统的参数辨识. 空气动力学学报, 1994; 12(4): 455~459
- 3 姜贵庆,马淑雅. 防热涂层材料热防护性能预测. 空气动力学学报, 2004; 22(1): 24~28
- 4 姜贵庆,刘连元. 高速气流传热与烧蚀热防护. 北京:国防工业出版社, 2003: 56~67
- 5 黄志澄等. 航天空气动力学. 北京:宇航出版社, 1994: 365~408

(编辑 李洪泉)