

矩形件优化排样的研究

邓冬梅 周来水 安鲁陵 王桂宾

(南京航空航天大学机电学院,南京 210016)

文 摘 提出了满足 BL 条件的最低轮廓线搜索算法,并与模拟退火算法相结合,用于矩形件排样的求解。计算实例表明该算法能在 50 ms 内获得近百个矩形件的较优排放图,并能获得较少矩形件的最优排放图;其排样效果和效率优于 SA+最低水平线算法和 SA+BLF 算法,是解决大规模矩形件排样的一种有效方法。

关键词 矩形件排样,最低轮廓线搜索算法,复合材料

Research on Rectangular Packing Problem

Deng Dongmei Zhou Laishui An Luling Wang Guibin

(Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016)

Abstract A new heuristic placement algorithm search lowest outline algorithm is proposed for decoding for a permutation of packing pattern. It preserves bottom left (BL) stability. It is hybridized with simulated annealing method to solve rectangular packing problem. This study compares the hybrid algorithm with SA+BLF and SA+LHL (lowest horizontal line) in terms of solution quality and computation time on a number of packing problems of different size. Experimental results show that this hybrid heuristic algorithm can not only give better placement pattern, but also run in shorter time, so it is suitable for large scale rectangular packing problem.

Key words Rectangular packing, Search lowest outline algorithm, Composite

1 前言

复合材料因其独特性能在飞行器上广泛应用,但因价格昂贵,如何进行排样、下料,以减少废料、降低成本是航空业迫切需要解决的问题。根据待排零件的几何特征知复合材料铺层排样属不规则零件排样。由于不规则零件排样的复杂性,直接进行排放效率较低^[1];且一般不规则形状零件可通过计算机图形处理技术转化为矩形件进行排样^[2~4],因此本文将研究如何利用矩形件排样实现复合材料铺层的排放。由于复合材料的各向异性使得铺层的纤维方向对零件的力学性能产生重要影响,要求排放时零件不能进行旋转,文中待排零件方向均固定。

2 最低轮廓线搜索排放算法

排放算法是实现矩形件排样的关键,目的是使任何一个矩形在不干涉和不超过板材边界的情况下均不能向下、向左移动,即满足 BL 条件。文献 [5] 采用最低水平线排放算法获得了较好的排放效果,但易引

起左侧偏高和空闲区域的浪费,因为水平线宽度小于当前要排矩形件宽度,并不一定小于所有未排件的宽度,此时直接封闭更新轮廓易形成较大的孔洞。本文基于其记录最低水平线,搜索可排位置的思想提出了一种启发式排放算法——最低轮廓线搜索算法。首先将 R_1 放在板材左下角,形成的可排轮廓由两条水平线段组成。若记第 k 条水平轮廓线段为 $l_k(x_1, x_2, y)$, x_1, x_2 分别表示线段起点、终点的横坐标, y 表示线段的纵坐标,则排放 R_1 后的两条线段为 $l_1(0, w_1, h_1)$ 、 $l_2(0, W, 0)$ 。在排放零件 R 时,搜索高度最低的线段进行排放,若有若干条可排(即宽度不小于 w_i),则搜索宽度最适合的进行排放;若所有最低轮廓线段均不能放下 R_i ,进行搜索,若宽度小于所有剩余零件宽度的线段则封闭,否则,在剩余零件中搜索宽度合适的件 R_j , R_i, R_j 互换顺序进行排放。排放 R 后,更新轮廓线段。重复以上步骤,直到所有零件排放完毕。该算法的伪代码如下:

收稿日期:2006-11-16;修回日期:2006-12-20

基金项目:国防基础科研基金资助

作者简介:邓冬梅,1976年出生,博士研究生,主要从事 CAD/CAM/CAE 的研究工作

Step 1 初始化 R_1 放在板材左下角, 轮廓线段为 2 条

Step 2 While (零件未排完)

```
{
    搜索剩余零件的最小宽度  $W_{min}$ ;
    搜索最低轮廓线段, 并加入数组 LowLine;
    if (LowLine 中有宽度大于该零件的线段)
    {
        if (不只一条) 搜索宽度最合适的一条, 确定排放位置, 更新轮廓线段;
        else 确定排放位置, 更新轮廓线段;
    }
    else / 所有最低轮廓线均不能排放当前零件
    {
        while (LowLine 中有宽度  $<W_{min}$  的线段) 封闭该线段, 更新轮廓线段;
        if (LowLine 中有宽度  $W_{min}$  的线段) 搜索剩余零件找宽度  $W_{min}$  的  $R_j$ ,  $R_i$ ,  $R_j$  位置互换, 排放  $R_j$ ;
    }
}
```

为减少搜索空间, 需动态地记录轮廓线段的条数, 同时将相邻等高的两条线段统一为一条。利用该算法排放零件 R 时, 由于前 $i-1$ 个零件排放时所形成的空隙一定不能放下 R_i , 因此应当只需搜索当前记录中的轮廓线段进行排放, 便可得到 BLF (Bottom Left Filling) 算法所能得到的效果。

3 SA 算法求解矩形件排样

给定 n 个矩形件的排样问题, 若考虑零件可旋转 90° , 其解的个数最多为 $2^n \cdot n!$ 。虽然有些是正方形, 旋转与否都一样, 但其解空间仍然很大, 随着 n 的增加, 解空间的搜索范围急剧增加, 无法采用穷举算法进行求解。本文采用模拟退火算法 (SA) 进行解空间的搜索。

SA 的主要思想是在搜索解空间时, 若新旧解评价函数的差值 $f < 0$, 接收新解, 否则依照概率 $e^{(f/T)}$ $> R$ 接受新解, T 是控制温度, R 是 $[0, 1]$ 区间内的随机数。初始温度较高, 劣质解的接收概率大, 随着 T 的降低, 接收概率降低, 大部分劣质解被拒。在每一固定温度 T 下, 产生一可行新解, 根据以上准则确定接收与否, 直到 T 的平衡, 这一阶段为内循环。然后温度 T 降温, 重复以上内循环, 直到满足最终收敛准则, 即外循环。

3.1 解的表达、初始解及邻域搜索

将矩形件编号的任意排列作为一个解, 采用十进制表示, 如 $X(3, 2, 4, 1)$ 表示先排 3 号零件, 接着放 2, 4, 最后放 1 号零件。任意交换两零件的位置, 如交换 3, 1 的位置, 就可以得到一个新解 $X'(1, 2, 4, 3)$ 。为验证算法的有效性, 初始解采用计算机随机产生。

3.2 解码及评价函数

采用上述最低轮廓线搜索排放算法进行解码, 可得到任意排列所对应的唯一排样图, 排放后要使所用材料最少, 由于板材宽度固定, 因此对解 X_i 所对应的

评价函数取为 $f(X_i) = H$, 进而计算相邻解的排样图高度差。

3.3 冷却策略

冷却策略很大程度上决定了 SA 算法的效果。本文采用等比冷却即 $T_{k+1} = T_k$, 为 $[0, 1]$ 之间的一数值, 具体数值可根据待排零件的数量, 找出适合的数值, 本文取值一般在 $0.95 \sim 0.99$ 之间。

3.4 内外循环的终止条件

温度 T 达到终止温度 T_c 或达到一定的循环次数 K , 外循环终止; 内循环决定了每一温度 T 下可产生新解的个数, 可通过限制循环次数来实现。文中给定初始温度 T_0 为所有件的最大高度值, 终止温度 $T_c = T_0 \times 1\%$, 循环次数 $K = 500$ 次。对一固定 T 值, 互换零件 $R_i (1 \leq i \leq n-1)$ 与 $R_j (i < j \leq n)$ 的位置, 产生的新解被拒, 最多可产生 $(n-1)(n-2)/2$ 个新解。

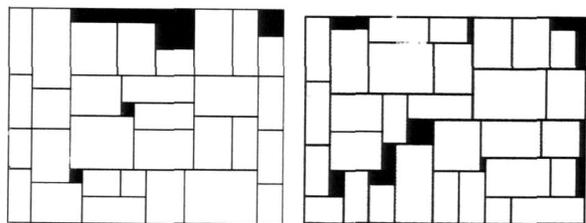
4 算例分析

4.1 算例 1

图 1 是对已知最优排放图的 30 个矩形件^[5]利用本文算法和最低水平线算法 (允许零件旋转 90°) 进行解码所得的最优排放图。

由图 1 可见获得的最小排放高度一致, 但最低轮廓线搜索算法排放时, 形成的空闲区域少, 且较大面积的区域集中分布在上部, 若有未排零件仍可继续使用, 因此材料的利用率更高些。同时, 由于 SA 算法有很强的随机性, 本文对 SA + 两种不同排放算法分别运行 50 次, 所得结果见表 1。由表 1 知本文算法解码时, 解的分布较为集中, 且获得最好结果的频次明显提高, 即对于相同排列, 轮廓搜索法更容易获得最优解, 因此在收敛性、平均排放结果等方面优于最低水平线算法。采用本文的模拟退火算子 + 最低水平线算法, 30 个零件的排放时间仅为 16 ms, 而采用最低水平线算法相同数量的零件排样约需 3 s, 可见

本文算子的选择是有效的。



(a) SA+本文算法结果 (b) SA+最低水平线算法结果

图 1 算例 1 的排放图

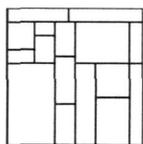
Fig 1 Layout of first example

表 1 本文算法与最低水平线算法排样结果对比

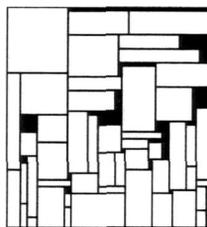
Tab 1 Difference between our algorithm and the lowest outline algorithm

算法	最小高度 /mm	最小高度出现频次	最大高度 /mm	平均高度 /mm	运行时间 /ms
SA +最低水平线	48	1/50	60	53.7	16
SA +本文方法	48	35/50	51	48.6	15

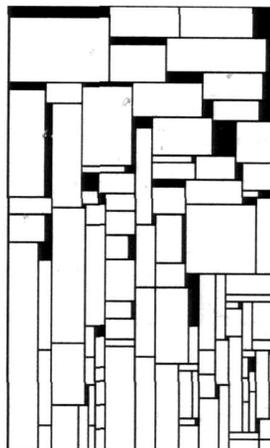
4.2 算例 2



(a) C11



(b) C41



(c) C61

图 2 算例 2 采用本文算法所得的排放图

Fig 2 Best layout of second example with our algorithm

表 3 各类别实例的相对距离百分比¹⁾

Tab 3 Relative distance of best solution to optimum height for six cases %

问题种类	BL	BLF	SA +BLF	本文算法
C1	17	11	4	0
C2	31	16	6	6.7
C3	24	12	5	6.7
C4	18	5	3	6.7
C5	18	5	3	5.5
C6	21	5	3	7.5

注: 1)表中值表示所得最好结果 U 与最优值 Opt 差值的百分比 $(U - Opt) / Opt$

为进一步验证算法,对零件数量从 16 ~ 97 的不同算例进行试验^[6],每类有 3 个例子,其最优排放图均已知,各个算例的基本试验数据(零件数量,板材尺寸)和本文试验最好结果见表 2。

表 2 算例 2 的基本试验数据及本文试验结果

Tab 2 Dimension of second example and best result given by this paper

问题种类	零件数量	最优高度 /mm	原最优板材尺寸 /mm	所得最低高度 /mm
C1	16	20	20 × 20	20
C2	25	15	40 × 15	16
C3	28	30	60 × 30	32
C4	49	60	60 × 60	64
C5	73	90	60 × 90	95
C6	97	120	80 × 120	129

图 2 给出了部分算例的最好排放结果。Hopper & Turton^[6]对以上规模不同的矩形件采用 BL、BLF 算法进行排放,允许零件旋转 90°, GA、NE、SA、HC 等算法搜索排放顺序。文中指出采用 BLF 排放效果优于 BL 算法 10% ~ 30%,采用 SA + BLF 算法所得结果最优,见表 3。

表 4 各实例运行时间对比表

Tab 4 Average elapsed time for six cases with different algorithm

问题种类	A +BLF /s	HR /ms	SA +本文算法 /ms
C1	2.8	0	0
C2	9.6	0	0
C3	16	26	15
C4	132	120	16
C5	460	591	32
C6	1528	1894	47

对比表 2、表 3 知,本文算法和文献 [6] 中采用 BLF 解码的综合算法结果相近,并且在零件数量较少(如 $n=16$) 时能获得最优解,与理论分析一致;由表 4 知,本文算法的运行时间大大少于 BLF 算法,这是因为在排放 R 时只需搜索当前轮廓线段,比 BLF 算法(搜索所有空域区域)搜索空间减少,因此效率明显提高。由于文献 [6] 的运行环境是:处理器奔腾 200 MHz, RAM 65M, Windows NT4.0;而本文运行环境为:CPU 2.8 GHz, RAM 512 M,其速度大约是 200 MHz 处理器的 15 倍,因此表 4 所给 BLF 混合算法的运行时间做了相应处理。可见采用轮廓搜索法与 BLF 算法可获得相近的排放效果,但前者效率明显高于后者。文献 [7] 采用启发式递归(HR)算法对以上算例进行求解,大大提高了运行效率,但在零件数量较多时其速度也明显低于本文算法。因此最低轮廓搜索法可用于求解大规模矩形件的排样问题。

4.3 应用举例

针对不规则复合材料铺层,采用矩形包络法求出其包络矩形,然后采用上述算法进行排放。图 3 是飞机坐舱罩顶棚的铺层展开数据采用以上策略获得的排放图。

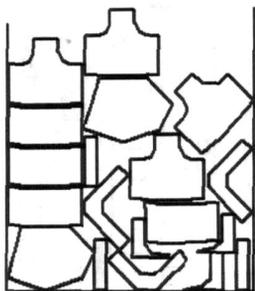


图 3 复合材料铺层排放实例

Fig 3 Layout for composites plys

图 3 表明:矩形排放耗时 10 ms,经人机交互调整后材料利用率为 86.4%,比人工排样提高约 11.8%。

5 结论

实际算例表明最低轮廓线搜索算法能有效地进行矩形件排放,与模拟退火算法相结合,能在较短时间内获得与 BLF 算法相近的排放结果,并且在零件数量较少时能获得最优解,是解决大规模矩形件排放问题的有效方法。

参考文献

- 1 张丽萍,张春丽,蒋寿伟.皮料优化排样的有效方法.软件学报,2005;16(2):316~323
- 2 曹炬,周济,余俊.矩形件排样优化的背包算法.中国机械工程,1994;5(2):11~12
- 3 曹炬.二维异形切割件优化排样的拟合算法.中国机械工程,2000;11(4):438~441
- 4 Jakobs S On genetic algorithms for the packing of polygons Eur J. of Oper Res, 1996; 88(1): 165~181
- 5 贾志欣.面向发电设备制造的下料优化排样原理与关键技术.四川大学博士学位论文,2002
- 6 Hopper E, Turton B C H. An empirical investigation of meta-heuristic and heuristic algorithms for a 2D packing problem. Eur J. of Oper Res, 2001; 128(1): 34~57
- 7 Zhang Defu, Kang Yan, Deng Ansheng A new heuristic recursive algorithm for the strip rectangular packing problem. Computers & Operations Research, 2006; 33(8): 2 209~2 217

(编辑 李洪泉)