

## 三维四向编织复合材料的叠层板理论分析\*

陈利<sup>1</sup> 李嘉禄<sup>1</sup> 冯志海<sup>2</sup> 姚承照<sup>2</sup> 李学明<sup>1</sup>

(1 天津工业大学复合材料研究所,天津 300160)

(2 航天材料及工艺研究所,北京 100076)

**文 摘** 基于经典层合板理论和叠层板模型,建立了一种分析三维四向编织复合材料力学性能的方法。在叠层板模型中,代表性体积单元的厚度为编织复合材料的整体厚度,宽度为一个编织花节宽度,长度为一个编织花节长度,并简化为具有不同材料主方向的单向层板的叠合结构。不同层板间的交叉重叠按各层板性能的体积平均进行简化,同时假设代表性体积单元具有均匀的中间面应变和曲率。此外,模型中考虑了编织纱线的排列方式以及表面纱线的影响。理论分析结果与实验值吻合较好。

**关键词** 纺织复合材料;三维编织,力学性能

### Laminated Plate Theory of Three-dimensional Four-directional Braided Composites

Chen Li<sup>1</sup> Li Jialu<sup>1</sup> Feng Zhihai<sup>2</sup> Yao Chengzhao<sup>2</sup> Li Xueming<sup>1</sup>

(1 Institute of Textile Composites, Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300160)

(2 Aerospace Research Institute of Materials and Processing Technology, Beijing 100076)

**Abstract** This paper describes a methodology for predicting the elastic properties of three-dimensional four-directional braided composites based upon the classical laminated plate theory and the inclined lamina model. In this model, a representative volume element is defined by the total thickness of composites, the braiding width and the braiding pitch, and further simplified as an assemblage of inclined unidirectional laminae with different local on-axis coordinate system. The intercrossing influence between the laminae is simplified by the volume averaged properties of each lamina. The strain and curvature of the volume element geometrical mid-plane is assumed to be uniform. In addition, the influence of the braiding yarn pattern and the surface yarn is also included in the analysis. Finally, comparisons show that the predictions and experimental data have good coincidence.

**Key words** Textile composite, Three-dimensional braiding, Mechanical property

三维编织复合材料是近年来发展起来的一种以三维编织整体织物结构为增强形式的新型复合材料,它从根本上克服了传统层合板的分层问题。鉴

于其增强方式的特性,这类材料的性能分析与优化一直是工程应用中的技术难点。根据三维编织结构的特点,先后提出了纤维交织模型、纤维倾斜模型、

收稿日期:2003-01-20

\*天津市自然科学基金:013 604 411

陈利,1968年出生,博士,主要从事三维纺织结构复合材料的研究工作

宇航材料工艺 2003年 第2期

— 29 —

织物几何模型、有限单胞模型、三元模型、有限多相单元模型等<sup>[1-6]</sup>。目前的分析模型主要基于三维编织复合材料的局部细观结构单胞模型,没有考虑编织纱线连续性对材料性能的影响,获得的材料工程常数由于试验方法的限制无法全部验证,难于应用于工程设计中。此外,三维编织复合材料的细观结构分析显示,纱线的排列方式会导致细观结构单胞组合方式的变化,同时表面纱线对材料性能的影响也不能忽略<sup>[7]</sup>。

本文以三维四向编织复合材料为分析对象,考虑了编织纱线的排列方式、编织工艺参数、表面纱线对其力学性能的影响,建立了三维四向编织复合材料的叠层板分析模型。

### 1 分析模型

三维四向编织复合材料是采用常规的三维1×1四步法将高性能纤维(如碳纤维)按照制件的尺寸编织成一个整体的预成型件,再采用复合固化工艺制成最终的成品制件。增强纤维在复合材料中形成一个整体的空间网络结构,如图1所示,消除了传统层合板材料中层的概念。

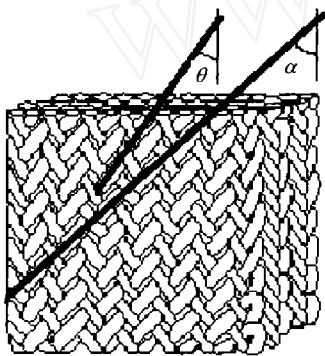


图1 三维四向编织预成型件

Fig.1 Three-dimensional four-directional braided preform

常规的四步法编织中只有编织纱线。由细观结构分析可知,三维四向编织复合材料的纱线交织结构由内部结构单胞、表面结构单胞和棱角结构单胞按一定的规律叠合而成。纱线在制件内部基本保持伸直,只在制件的表面弯曲。将一个编织花节长度内的所有编织纱线投影到制件的横截面上,可以获得编织纱线在制件横截面内的运动轨迹,如图2所示<sup>[8]</sup>。编织纱线在制件横截面内的运动轨迹可分为

两组平行轨迹,与制件的厚度方向的夹角分别为横截面内取向角 $+\varphi$ 和 $-\varphi$ 。且

$$\cos\varphi = \frac{\sqrt{P^2 + 1 - \sqrt{(P^2 + 1)^2 - 4\tan^2\alpha}}}{\sqrt{2}\tan\alpha} \quad (1)$$

其中, $P = Vh^2\tan^2\alpha/4S$

式中, $V$ 、 $h$ 、 $\alpha$ 分别是编织复合材料的纤维体积分数、编织花节长度和编织角(制件表面倾斜相邻的相同取向表面编织纱线排列所形成的编织纹理方向与制件长度方向的夹角); $S$ 为编织纱线的理论横截面积。该取向角在理想的预成型件中等于 $45^\circ$ ,但当预成型件经树脂复合后,通常情况下不等于 $45^\circ$ 。

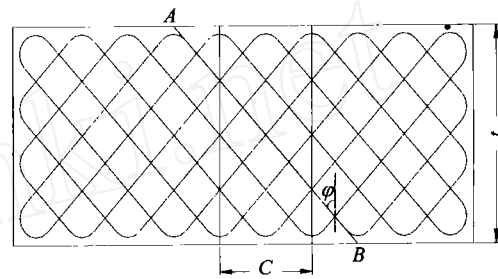


图2 编织纱线在复合材料横截面内的运动轨迹

Fig.2 Movement traces of the braiding yarns in the cross-section of composites

沿某一运动轨迹 $AB$ 作一垂直于横截面的截面,该截面内包含了一组平行的纱线,如图3所示。

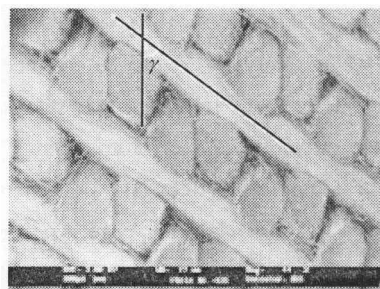


图3 截面中的编织纱线的SEM图 44×

Fig.3 Illustration of the braiding yarns SEM section

内部编织纱线与制件的长度方向(编织成型方向)的夹角为内部编织角 $\gamma$ 。与轨迹 $AB$ 相邻的运动轨迹内同样包含一组平行的纱线,该组纱线与制件的长度方向的夹角为 $-\gamma$ 。另一组平行轨迹的相

邻轨迹内编织纱线的取向情况与此相同。此外,编织纱线在制件的表面形成八字型交织,如图1所示。内部编织角 $\gamma$ 、表面编织角 $\theta$ [表面编织纱线与制件的长度方向(编织成型方向)的夹角]与编织角 $\alpha$ 之间的关系<sup>[8]</sup>为

$$\tan\gamma = \frac{2}{\sin\varphi} \tan\theta = \frac{1}{\sin\varphi} \tan\alpha \quad (2)$$

为了简化三维四向编织复合材料力学性能的分析,建立以下假设。

(1)垂直于横截面并与制件厚度方向的夹角为 $+\varphi$ ( $-\varphi$ )的截面内所包含的所有平行纱线经基体材料复合后构成一个单向层板。

(2)三维四向编织复合材料的内部由四种单向层板组成,沿厚度方向上,同向倾斜的单向层板个数为 $m+1$ ,其中 $m$ 为主体编织纱在厚度方向排列的根数,每一层具有相同的厚度,等于编织纱线椭圆形横截面的短轴 $d$ ,且

$$d = h \tan\alpha \cos\varphi / 2 \quad (3)$$

每一单向层板内的编织纱线的取向由编织纱线在制件横截面内的取向角 $\varphi$ 和内部编织角 $\gamma$ 确定,且对于取向角 $\varphi$ 相同的平行层板,其相邻的单向层板内编织纱线的取向角分别为 $+\gamma$ 和 $-\gamma$ 。

(3)当三维编织复合材料的横截面宽度远大于厚度时,沿厚度方向的表面纱线及棱角纱线对整体力学性能的贡献可以忽略,仅需考虑沿宽度方向的上、下表面。

(4)取向角分别为 $+\theta$ 和 $-\theta$ 的表面纱线经基体材料复合后构成两个单向层板,这两个单向层板相互重叠组成了三维四向编织复合材料的表面,且层板的厚度为表面结构单胞的厚度 $t_s$ :

$$t_s = (t - (m-1)d/\sin\varphi)/2 \quad (4)$$

式中, $t$ 为编织复合材料的厚度。

(5)所有单向层板具有相同的纤维体积分数,并等于三维编织复合材料整体纤维体积分数 $V$ 。层板之间的交叉重叠影响简化为各层板性能的体积平均。

在图2所示的复合材料横截面中,取阴影部分为力学分析的代表性体积单元如图4所示,厚度为编织复合材料的整体厚度 $t$ ,宽度为一个编织花节宽度 $c$ ,长度为一个编织花节长度 $h$ <sup>[8]</sup>。且

$$c = h \tan\alpha \quad (5)$$

宇航材料工艺 2003年 第2期

倾斜单层板的编号如图4定义。为了表示清晰,图中仅标注出了用实线表示的单向层的编号方式。虚线所表示的单向层的编号情况类似。取代表性体积单元的中面为 $xy$ 平面,其中,编织花宽方向为 $x$ 轴向,编织花节长度方向(编织成型方向)为 $y$ 轴向,厚度方向为 $z$ 轴向。在坐标系 $xyz$ 中,各倾斜单层板的几何特性可以用板的下表面的方程表示。

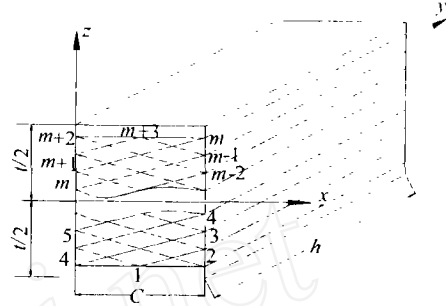


图4 三维四向编织复合材料的叠层板模型

Fig.4 Inclined lamina model of the three-dimensional four-directional braided composites

对于横截面内取向角为 $+\varphi$ 的倾斜单层板,第 $i$ 个单层板的下表面方程为

$$z_i = x \tan\varphi + (2i - m - 7)d/2\sin\varphi \quad i = 2, 3, \dots, m + 2 \quad (6)$$

对于横截面内取向角为 $-\varphi$ 的倾斜单层板,第 $i$ 个单层板的下表面方程为

$$z'_i = -x/\tan\varphi + (2i - m - 3)d/2\sin\varphi \quad i = 2, 3, \dots, m + 2 \quad (7)$$

## 2 叠层分析

图4所示的叠层板模型中共有六种单向层板。设 $1_{(k)}$ 、 $2_{(k)}$ 、 $3_{(k)}$ 为第 $k$ ( $k=1, 2, \dots, 6$ )种单向层板的三个主方向,其中 $1_{(k)}$ 沿增强纱线的长度方向,且 $1_{(k)}$ 、 $2_{(k)}$ 、 $3_{(k)}$ 满足右手法则。其中,三维四向编织复合材料的内部由四种倾斜层板1~4组成,上表面和下表面均由层板5和6相互重叠组成。在整体坐标系中,六种单向层板的材料主方向1可分别由方向角 $(\varphi, \gamma)$ 、 $(\varphi, -\gamma)$ 、 $(-\varphi, \gamma)$ 、 $(-\varphi, -\gamma)$ 、 $(90^\circ, \theta)$ 和 $(90^\circ, -\theta)$ 表示。

假设单向层板为横观各向同性材料,材料主方

向的应力应变关系为

$$\{\sigma\} = [C]\{\varepsilon\} \quad (8)$$

其中 $[C]$ 为单向层板的刚度矩阵,矩阵的各元素可根据单层复合材料的细观力学分析方法获得<sup>[3]</sup>。

将局部坐标系中的 $[C]$ 转换成整体坐标系 $xyz$ 中的 $[\bar{C}]_k$ ,需要采用应力空间转换矩阵 $[T_\sigma]_k$ 。

$$[\bar{C}]_k = [T_\sigma]_k [C] [T_\sigma]_k^T \quad (9)$$

第 $k$ 种单向层板在整体坐标系 $xyz$ 中的三维应力应变关系为

$$\{\sigma_{xyz}\}_k = [\bar{C}]_k \{\varepsilon_{xyz}\}_k \quad (10)$$

其中:

$$\begin{aligned} \{\sigma_{xyz}\}_k &= \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{xy}\}_k \\ \{\varepsilon_{xyz}\}_k &= \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}, \gamma_{xy}\}_k \end{aligned}$$

对于图4所示的三维四向编织复合材料的代表性体积单元,假设层合板理论对宽为 $dx$ 、长为 $dy$ 、厚为 $t$ 的局部叠层板是适应的,且叠层板中每一单向层板处于平面应力状态,即

$$\sigma_z^k = 0, \tau_{yz}^k = 0, \tau_{zx}^k = 0 \quad (11)$$

方程(10)折减为

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11}^k & \bar{Q}_{12}^k & \bar{Q}_{16}^k \\ \bar{Q}_{21}^k & \bar{Q}_{22}^k & \bar{Q}_{26}^k \\ \bar{Q}_{61}^k & \bar{Q}_{62}^k & \bar{Q}_{66}^k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}_k \quad (12)$$

根据层合板理论,局部叠层板的本构关系为

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon \\ k \end{Bmatrix} \quad (13)$$

式中, $N$ 和 $M$ 分别表示层合板横界面上单位宽度(长度)上的内力和内力矩; $\varepsilon$ 和 $k$ 分别表示板中面的应变和曲率; $A$ 、 $B$ 和 $D$ 分别为拉伸刚度、耦合刚度和弯曲刚度。

定义代表性体积单元的平均内力和内力矩由 $xy$ 面内的平均值给出。作为例子平均内力 $\bar{N}_x$ 定义为

$$\bar{N}_x = \frac{1}{ch} \int_0^h \int_0^c N_x dx dy \quad (14)$$

其它的平均内力和内力矩类似于方程(14)所定义。代表性体积单元在宽度和长度方向的尺寸远小

于整个板的尺寸,因此,假设代表性体积单元具有均匀的中间面应变 $\varepsilon$ 和曲率 $k$ ,同时不同层板间的交叉重叠按各个层板性能的体积平均进行简化,通过在整个厚度上进行积分,可得到相应的平均刚度矩阵 $\bar{A}$ 、 $\bar{B}$ 和 $\bar{D}$ ,各矩阵内的元素分别为

$$\begin{aligned} \bar{A}_{ij} &= \frac{1}{ch} \int_0^h \int_0^c \int_{-t/2}^{t/2} \bar{Q}_{ij}(x, y, z) dz dx dy \\ \bar{B}_{ij} &= \frac{1}{ch} \int_0^h \int_0^c \int_{-t/2}^{t/2} \bar{Q}_{ij}(x, y, z) z dz dx dy = 0 \\ \bar{D}_{ij} &= \frac{1}{ch} \int_0^h \int_0^c \int_{-t/2}^{t/2} \bar{Q}_{ij}(x, y, z) z^2 dz dx dy \end{aligned}$$

三维四向编织复合材料拉伸和弯曲之间不存在耦合。分别对刚度矩阵 $\bar{A}$ 和 $\bar{D}$ 求逆可得三维四向编织复合材料的柔度矩阵 $\bar{A}'$ 和 $\bar{D}'$ 。最后,面内工程弹性常数 $E_x$ 、 $E_y$ 、 $\nu_{xy}$ 和 $G_{xy}$ 可由相应的柔度矩阵元素和板厚 $t$ 导出,如编织长度方向的工程弹性模量 $E_y$ 和泊松比 $\nu_{xy}$ 为

$$E_y = \frac{1}{A'_{22} t} \quad (15)$$

$$\nu_{xy} = -\frac{A'_{12}}{A'_{22}} \quad (16)$$

### 3 结果分析

标准的三维四向编织复合材料试件由天津工业大学复合材料研究所制备。预成型制件采用三维四向四步法 $1 \times 1$ 编织方法织造,复合固化工艺采用RTM工艺。纤维种类为6K和12K的T300碳纤维,树脂体系为TDE-85环氧树脂。碳纤维的基本性能为 $E_{11} = 230$  GPa、 $E_{22} = 40.0$  GPa、 $G_{12} = 24.0$  GPa、 $G_{23} = 14.3$  GPa和 $\nu_{12} = 0.26$ 。环氧树脂的基本性能为 $E_m = 3.5$  GPa、 $\nu_m = 0.35$ 。数据是在日本岛津(SHIMADZU)公司的AG-250KNE型万能材料试验机上进行的测试。实验结果列于表1。表中的实验数据表明编织角显著影响三维四向编织复合材料的力学性能,编织角 $\alpha$ 的测量精度在很大程度上决定了理论分析结果的准确性。由三维编织细观结构分析可知,编织角 $\alpha$ 是编织纱线在制件的表面相互交织形成的纹路角,与编织花节长度和编织花节宽度之间的关系如方程(5)所示。可以通过测量编织花节长度和编织花节宽度,计算获得编织角 $\alpha$ 的值。此外,编织纱线的粗细对三维四向编织复合材料的

宇航材料工艺 2003年 第2期

力学性能影响不大。从实验结果看,编织角和纤维体积分数基本相同时(1#和2#),12K碳纤维制成的制件的拉伸模量略高于6K碳纤维制成的制件的拉伸模量。试件4#和5#的实验结果显示,编织角和纤维体积分数基本相同时,编织纱线的排列方式影响三维四向编织复合材料的性能,当列数相同时,主体纱行数的增加将导致制件沿编织方向拉伸模量的降低。

理论分析结果和实验结果之间的比较如表1所示

示,理论计算时输入的编织工艺参数由各组试件的平均值确定。本文建立的分析方法可以较为准确地分析三维四向编织复合材料的力学性能,对于编织角较大的制件(3#),拉伸模量的理论值略大于实验值,而对于编织角较小的制件(1#),拉伸模量的理论值略小于实验值,但不论是对编织角较大的制件还是对编织角较小的制件,理论分析值和实验值吻合较好,拉伸模量和泊松比的理论值均落在实验值的离散范围之内。

表1 拉伸试件的编织工艺参数和实验结果

Tab.1 Braiding parameters and experimental data for tensile testing of composite specimens

试件 编号	纤维 根数	主体纱 排列	编织角 $\alpha/(\circ)$	纤维体积 分数/%	编织节距 $h/\text{mm}$	拉伸模量			泊松比		
						测量值 /GPa	离散系数 /%	理论计算值 /GPa	测量值 /%	离散系数 /%	理论计 算值
1#	6K	9×27	17.8	51.5	4.60	61.4	7.4	60.6	0.71	8.2	0.68
2#	12K	6×22	18.1	52.0	5.01	62.3	7.9	60.9	0.69	9.4	0.66
3#	6K	8×25	36.1	45.6	2.12	14.9	8.1	15.1	0.73	10.1	0.70
4#	12K	3×21	27.2	55.17	3.25	68.3	6.4	66.8	0.66	7.0	0.64
5#	12K	7×21	28.5	55.55	3.04	50.5	7.8	48.2	0.40	6.8	0.41

#### 4 结论

本文基于经典层合板理论和叠层板模型,建立了分析三维四向编织复合材料弹性性能的方法。在叠层板模型中,代表性体积单元的厚度为编织复合材料的整体厚度 $t$ ,宽度为一个编织宽度 $c$ ,长度为一个编织花节长度 $h$ 。代表性体积单元进一步简化为具有不同材料主方向的单向层板的叠合结构。不同层板间的交叉重叠按各个层板性能的总体平均进行简化,同时假设代表性体积单元具有均匀的中间应变和曲率。在分析中考虑了编织纱线的排列方式以及表面纱线对三维四向编织复合材料力学性能的影响。与实验结果对比显示,本文建立的分析方法对三维四向编织复合材料基本性能的预测值与实验值吻合较好。

#### 参考文献

1 Ma C L, Yang J M, Chou T W. Elastic stiffness of three-dimensional braided textile structural composites. In: Composite materials: testing and design, seventh conference, ASTM STP-893,

Philadelphia, PA, 1986: 404 ~ 421

2 Yang J M, Ma C L, Chou T W. Fiber inclination model of three-dimensional textile structural composites. J. Compos. Mater., 1986; (20): 472 ~ 483

3 Whyte D W. On the structure and properties of 3D braided composites. D. Thesis, Drexel University, 1986

4 Lei C, Cai Y J, Frank Ko. Finite element analysis of 3-D braided composites. Advances in Engineering Software, 1992; (14): 187 ~ 194

5 Wu D L. Three cell model and 3D braided structural composites. Composites Science and Technology, 1996; (56): 225 ~ 233

6 Chen L, Tao X M, Choy C L. Mechanical analysis of 3-D braided composites by finite multiphase element method. Composites Science and Technology, 1999; (59): 2 383 ~ 2 391

7 Chen L, Tao X M, Choy C L. On the microstructure of three-dimensional braided preforms. Composites Science and Technology, 1999; (59): 391 ~ 404

8 陈利, 李嘉禄, 李学明. 三维编织中纱线的运动规律. 复合材料学报, 2002; 19(2): 71 ~ 74

(编辑 马晓艳)