# 基于柔度曲率矩阵的复合材料脱层损伤识别研究

李 $4^{1,2}$  杨 涛<sup>1,2</sup> 杜 宇<sup>2</sup> 牛雪娟<sup>2</sup>

(1 天津市现代机电装备技术重点实验室,天津 300387)(2 天津工业大学机械工程学院,天津 300387)

**文 摘** 利用复合材料的模态柔度曲率矩阵探讨了复合材料构件的无损检测方法。通过模态分析获得脱 层复合材料梁的各阶固有频率及节点振型,计算得到模态柔度曲率矩阵判断复合材料梁的脱层损伤。基于梁 结构损伤检测理论发展了基于柔度曲率矩阵的复合材料板结构脱层损伤识别理论,即纵向柔度曲率矩阵和横 向柔度曲率矩阵。算例分析表明:对于单一脱层损伤,纵向和横向柔度曲率突变率分别是 3.6310、5.4078 倍。 对于多处脱层损伤,小损伤处纵向和横向柔度曲率突变率分别是 3.5350、5.902 8 倍;大损伤处纵向和横向柔 度曲率突变率分别是 5.680 3、10.010 9 倍。突变位置与预设的脱层位置一致。说明纵向和横向柔度曲率均能 判断复合材料脱层损伤的位置和大小,且相对来说,纵向柔度曲率损伤识别效果更好于横向柔度曲率。

关键词 复合材料, 脱层损伤, 模态柔度曲率矩阵, 损伤检测

中图分类号:TB332 DOI:10.3969/j.issn.1007-2330.2015.05.016

## Delamination Damage Identification of Composite Based on Flexibility Curvature Matrix

LI Jufeng<sup>1,2</sup> YANG Tao<sup>1,2</sup> DU Yu<sup>2</sup> NIU Xuejuan<sup>2</sup>

(1 Advanced Mechatronics Equipment Technology Tianjin Area Major Laboratory, Tianjin 300387)

(2 School of Mechanical Engineering, Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300387)

Abstract In this paper, the modal flexibility curvature matrix  $F_{CM}$  of composite was used to discuss the NDT composite materials, the natural frequency of the composite beam and shift values of each node are simulated by modal analysis. The damage of composite beam is detected by calculating the modal flexibility curvature matrix. According to the beam theory we put forward a new theory based on the modal flexibility curvature matrix to detect the damage of composite plate, namely longitudinal and transverse flexibility curvature matrix. The results show that for a single delamination, longitudinal and transverse flexibility curvature mutation rates were 3.6310 and 5.4078 times respecting. For multiple delamination the longitudinal and transverse flexibility curvature mutation rates were 3.5350, 5.9028 times at the small damage location. While at the big damage location, the longitudinal and transverse flexibility curvature mutation coincides with the preset position. So longitudinal and horizontal flexibility curvature can determine the location and size of composite delamination, and relatively speaking, longitudinal flexibility curvature works better than transverse flexibility curvature in damage detection.

Key words Composite material, Delamination damage, Modal flexibility curvature matrix, Damage detection

## 0 引言

复合材料结构广泛应用于航空、航天等领域<sup>[1]</sup>。 但由于复合材料的不均匀及各向异性等特点,容易发 生脱层损伤,且脱层检测方面比较困难<sup>[2]</sup>。目前运 用于复合材料损伤检测的方法主要有 X 射线法、超 声波法、声发射法、微波法和红外热像法等<sup>[3-10]</sup>。这 些方法都有一定的缺陷。X 射线法无法准确检测脱 层损伤;超声波法难以检测小、薄和复杂构件的损伤; 声发射法检测时极易受外界环境干扰,对测试环境要 求较高;微波法不适用于导电性能较好的材料且对小 缺陷不敏感;红外热像法要求构件具有良好的传热性 能,表面发射率高。

在船舶及桥梁损伤检测中,国内陈立<sup>[11]</sup>和李永

收稿日期:2015-04-15

基金项目:国家自然科学基金(11372220),教育部留学回国人员科研启动基金

作者简介:李菊峰,1990年出生,硕士研究生,研究方向为复合材料无损检测。E-mail:ljfqiuzhi@sina.com

梅等<sup>[12-13]</sup>利用基于模态柔度矩阵的柔度曲率作为损 伤参数的方法对桥梁损伤进行了准确的检测。国外 Pandey<sup>[14]</sup>也论证了模态柔度曲率对于梁损伤检测是 很好的指标;Wu等<sup>[15]</sup>也利用模态柔度多项式对板 结构进行了损伤检测,效果理想。本文将利用基于模 态柔度曲率矩阵的方法对复合材料梁和板的脱层损 伤进行数值研究。

## 1 模态柔度曲率

#### 1.1 柔度曲率

结构的柔度矩阵可由其模态参数(频率、振型) 获得:

$$F = \Phi \Omega^{-1} \Phi^T \tag{1}$$

式中, $\boldsymbol{\Phi} = [\boldsymbol{\Phi}_1, \boldsymbol{\Phi}_2, \cdots, \boldsymbol{\Phi}_n]$ 为振型矩阵, $\boldsymbol{\Phi}_i$ 为质 量归一化后的第*i*阶振型量;  $\boldsymbol{\Omega} = \text{diag}(w_i^2), w_i$ 为第*i*阶固有频率; *n*为所提取的振型阶数,由于高阶模态 对柔度影响较小,本文共提取前三阶模态参数。

文献[16] 所采用的  $F_c$  (flexibility curvature) 法是 常用的柔度曲率的求法。取柔度矩阵 **F** 第 *j* 列中最 大的值,则 *j* 点的柔度曲率

$$F_{\rm C} = (f_{j+1} - 2f_j + f_{j-1})/h^2$$
 (2)  
式中,h 表示相邻两测点之间的距离。

1.2 复合材料梁结构脱层识别理论

基于柔度曲率的概念,李永梅提出了柔度曲率矩阵  $F_{CM}$  (flexibility curvature matrix)法。先对柔度矩阵  $F_{mxn}$ 进行列向差分,得到一次差分曲率矩阵  $F_{C(n-2)xn}$ , 其中第 *j* 列第 *i* 行  $F_{Ci}(i)$ 为:

$$F_{cj}(i) = \frac{F_j(i+1) - 2F_j(i) + F_j(i-1)}{l_{(j+1)j}l_{(j-1)j}}$$
(3)

式中, *F<sub>j</sub>*(*i*)为柔度矩阵第*j*列第*i*行的元素, *l*<sub>(*j*+1)*j*</sub>及 *l*<sub>(*j*-1)*j*</sub>分别为第*j*节点与第*j*-1和第*j*+1之间的距离。

接着对  $F_{c}$  行向进行差分得到二次差分曲率矩 阵  $F_{d(n-2)\times(n-2)}$ ,其中第 i 行第 j 列  $F_{di}(j)$ 为:

$$F_{di}(j) = \frac{F_{Ci}(j+1) - 2F_{Ci}(j) + F_{Ci}(j-1)}{l_{(j+1)j}l_{(j-1)j}}$$
(4)

取矩阵  $F_{d}$  各列的最大值得到行向量  $F_{CM}$ ,  $F_{CM}$  为 检测损伤的判断指标。

$$F_{\rm CM}(j) = \{\max F_{\rm dj}(i)\}$$
(5)

由(5)式得出,柔度曲率 *F*<sub>CM</sub>各列的值与节点位 置一一对应,就以此为检测损伤的判断指标。当复合 材料梁局部发生脱层损伤时,该位置的柔度曲率发生 突变,因此可根据柔度曲率突变判断损伤位置。

#### 1.3 复合材料板结构脱层识别理论

将复合材料板结构进行单元划分, *Y*和 *X*向分别 划分为(*a*-1)和(*b*-1)等分, 在 *XY* 平面内共有 *a*×*b* 个节点, (*a*-1)×(*b*-1)个单元。令第*i* 阶位移振型表 示为:

$$\boldsymbol{\Phi}_{i} = \left[ a_{i1}, \cdots, a_{ij}, \cdots, a_{im} \right]^{T}$$
(6)  

$$\boldsymbol{\mathfrak{K}} \stackrel{\bullet}{\mathbf{h}}, \boldsymbol{m} = \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}_{\circ}$$

将(5)式代入(1)式可得  $F_{m\times n}$ 的矩阵,取j列最大 值记为  $C_i$ ,可得过度矩阵  $F_i$ :

$$\boldsymbol{F}_{t} = \left[ C_{1}, \cdots, C_{j}, \cdots, C_{m} \right]$$
(7)

对 *F*<sub>t</sub> 按单元划分情况重新排列,即可得到板结 点柔度矩阵 *F*<sub>b</sub>:

$$\boldsymbol{F}_{b} = \begin{bmatrix} C_{11} \cdots C_{1j} \cdots C_{1b} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ C_{i1} \cdots C_{ij} \cdots C_{ib} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Ca1 \cdots C_{aj} \cdots C_{ab} \end{bmatrix}$$
(8)

对  $F_{\rm b}$  纵向进行两次差分,得到纵向(Y向)柔度 曲率矩阵  $F_{\rm bl}$ :

$$\boldsymbol{F}_{\rm blj}(i) = \frac{F_{\rm bj}(i+1) - 2F_{\rm bj}(i) + F_{\rm bj}(i-1)}{\left[l_{(i+1)i}l_{(i-1)j}\right]^2} \qquad (9)$$

对  $F_{\rm b}$  横向进行两次差分,得到横向(X向)柔度 曲率矩阵  $F_{\rm b}$ :

$$\boldsymbol{F}_{bii}(j) = \frac{F_{bi}(j+1) - 2F_{bi}(j) + F_{bi}(j-1)}{\left[l_{(i+1)i}l_{(i-1)i}\right]^2} \quad (10)$$

通过纵向(或横向)柔度曲率矩阵图,可以直接 判断板结构脱层损伤的位置和大小。

#### 2 复合材料梁脱层损伤识别数值

#### 2.1 复合材料脱层梁模型

利用有限元软件 ANSYS 进行的模态分析,首先 建立了 120 mm×10 mm×2.4 mm 的复合材料悬臂梁, 每层厚度为 0.2 mm,铺层方向均为 0°。材料属性见 表 1。

表 1 碳纤维材料属性 Tab.1 Carbon fiber material properties

弹性模量/GPa	剪切模量/GPa	泊松比
$E_{11} = 120$	$G_{12} = G_{13} = 4$	$m_{12} = m_{13} = 0.32$
$E_{22} = E_{33} = 7.5$	$G_{23} = 2.3$	$m_{23} = 0.33$

将复材梁沿长度方向划分为60个单元。利用 ANSYS软件中的节点编辑命令预制脱层损伤,即脱 层单元处层间不共用节点,其余各单元层间共用节 点。建立的损伤模型如图1所示。



图1 含脱层损伤复合材料梁有限元模型

Fig. 1 Delaminated composite beam finite element model

通过对以下五种工况进行分析(表2),验证了柔度曲率 F<sub>CM</sub>法判别梁脱层损伤的可行性及精确性。

宇航材料工艺 http://www.yhclgy.com 2015 年 第5期

— 76 —

表 2 预设工况

Tab.1 Preset work conditions

工况号	损伤节点编号	损伤单元
1	14 ~ 16	14 ~ 15
2	14 ~ 17	14 ~ 16
3	14 ~ 18	14 ~ 17
4	38 ~ 40	38-39
5	14 ~ 16 27 ~ 30 48 ~ 52	14 ~ 15 27 ~ 29 48 ~ 51

## 2.2 复合材料悬臂梁脱层损伤识别

2.2.1 复合材料梁同位置不同大小的脱层损伤检测

工况1、2、3 反映的是复合材料梁在同位置分别 有2、3、4 个单元大小的脱层损伤,有限元模拟分析得 出模态振型及频率,由公式(5)计算工况得 *F*<sub>CM</sub>值,如 图 2 所示,可知:

(1)工况1、2、3 柔度曲率  $F_{CM}$ 的突变对应在横坐标上的间距分别为2、3、4 个单元,准确反映了预制脱层损伤的大小。

(2) 工况 1、2、3 柔度曲率 *F*<sub>CM</sub>的突变分别对应 14 – 15、14–16、14–17 号单元,精确地反映出预制脱层 损伤的位置。





at the same location in a composite beam

2.2.2 复合材料梁不同位置等大小脱层损伤检测

通过有限元模拟计算得到工况 1、4 每个节点的 Fcu值,如图 3 所示。





Fig. 3 Damage detection for one damage

at different locations in a composite beam

由图3可知:

宇航材料工艺 http://www.yhclgy.com 2015 年 第5 期

(1) 工況 1、4 柔度曲率 F<sub>CM</sub>的突变对应在横坐标 上间距均为 2 个单元,准确反映预制脱层损伤的大小;

(2) 工况 1、4 柔度曲率 *F*<sub>CM</sub>的突变对应 14~15、 38~39 号单元,精确地反映出预制脱层损伤的位置。

## 2.2.3 复合材料梁多处脱层损伤检测

工况 5 是在复合材料梁沿长度方向在 3 个不同 位置处分别预制 2、3、4 个单元的脱层损伤。通过有 限元模拟计算得到工况 5 每个节点的 F<sub>CM</sub>值,如图 4 所示,可知:

(1)工况5柔度曲率F<sub>CM</sub>的3处突变对应在横坐标上间距分别为2、3、4个单元,准确反映了预制脱层损伤的大小;

(2) 工况 5 柔度曲率 *F*<sub>CM</sub>的 3 处突变分别对应 14 ~15、27 ~29、48 ~51 号单元,并无相互影响削弱损伤 识别效率,精确地反映出多处预制脱层损伤的位置。



图 4 复合材料梁多损伤识别

Fig. 4 Damage detection for multiple damage in a composite beam

## 3 复合材料板固支板脱层检测数值研究

## 3.1 复合材料脱层板模型

利用有限元软件 ANSYS 进行的模态分析,首先 建立了 120 mm×60 mm×2.4 mm 的复材固支板,每层 厚度为 0.2 mm,铺层方向均为 0°。其材料属性见表 1。沿长度 X 方向划分为 40 个单元,宽度 Y 方向划分 为 20 个单元。建立的损伤模型见图 5。



图 5 含脱层损伤复合材料板有限元模型



按单元划分情况得到的节点编号矩阵 A1 和单元编号矩阵 A2 分别为:

— 77 —

$$A1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & \cdots & 41 \\ 42 & 43 & \cdots & 82 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 780 & 781 & \cdots & 820 \\ 821 & 822 & \cdots & 861 \end{bmatrix}$$
(11)  
$$A2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & \cdots & 40 \\ 41 & 42 & \cdots & 80 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 721 & 722 & \cdots & 760 \\ 761 & 762 & \cdots & 800 \end{bmatrix}$$
(12)

式中,(8)式结点柔度矩阵与(11)式节点编号矩阵 A1 ——对应。

表3 预设工况

Tab. 3 Preset work conditions

工况号	损伤节点编号	损伤单元
1	431 432	421
	472,473	
2	257 258	251
	298,299	
3	298、299	291
	339,340	
	562 ,563 ,564	549 550
	603 \604 \605	

对于复合材料脱层板结构,预设了以下三种工况 来验证前面提出的纵向及横向柔度曲率法识别板结 构脱层损伤的方法。

## 3.2 复合材料固支板脱层损伤识别

## 3.2.1 复合材料板不同位置等大小脱层损伤检测

考虑工况1和2,由公式(9)得到纵向柔度曲率 矩阵图如图6所示。可知:

(1) 工况 1、2 所对应的纵向柔度曲率突变大小 均为 1 个单元,突变值分别为 3.2520 ×10<sup>6</sup>、1.2660 × 10<sup>6</sup>、,而平均值分别为 8.9550 ×10<sup>5</sup>、0.3925 ×10<sup>6</sup>。突 变值分别是平均值的 3.6310、3.2254 倍,可以明确显 示出损伤大小;

(2) 工况 1、2 所对应的纵向柔度曲率突变位置 与预设的脱层单元编号 421 和 411 相符。





delaminated composite plate about single damage 由公式(10)得到横向柔度曲率矩阵图如图7 所





(b) 工况2图7 复合材料板单一脱层横向柔度曲率

Fig. 7 Transverse direction flexibility curvature matrix of delaminated composite plate about single damage 由图 7 可知:

(1) 工况 1、2 所对应的横向柔度曲率突变大小 均为 1 个单元,突变值最大值分别为 1.030 6 ×10<sup>6</sup>、 2.864 3 ×10<sup>5</sup>,而平均值分别为 1.906 0 ×10<sup>5</sup>、0.486 9 ×10<sup>5</sup>,突变值分别是平均值的 5.407 8、5.882 7 倍,可 以明确显示出损伤大小;

(2) 工况 1、2 所对应的横向柔度曲率突变位置 与预设的脱层单元编号 421 和 411 相符。

宇航材料工艺 http://www.yhclgy.com 2015 年 第5 期

图 6 和图 7 对比可知,纵向和横向柔度曲率图均 能判断复合材料脱层损伤的位置和大小。但横向柔 度曲率在损伤单元附近也有较大变化,所以可以直接 依据纵向柔度曲率检测单一脱层损伤。

## 3.2.2 复合材料板多处脱层损伤检测

考虑工况3,由公式(9)和(10)得到纵向柔度曲 率矩阵图和横向柔度曲率图如图8所示。



图 8 复合材料板多处脱层柔度曲率 Fig. 8 Flexibility curvature matrix of delaminated composite plate about multiple damage

由图8可知:

(1)对于工况 3,纵向和横向柔度曲率图在预制的脱层单元 291 和 549、550 处均有明显突变,能准确反映脱层的具体位置和大小;

(2)对于工况 3,纵向柔度曲率在大小两处损伤位 置的突变值分别为 2.559 0×10<sup>6</sup>、1.532 5×10<sup>6</sup>,分别为 平均纵向柔度曲率 4.3352×10<sup>6</sup>的 5.902 8 和 3.535 0 倍。同样横向突变的倍率分别为 10.010 9 和 5.680 3 倍。说明损伤面积越大,柔度曲率突变越明显;

(3)与单一脱层情况一致,对于多处脱层损伤,同样是纵向柔度曲率检测指标优于横向柔度曲率。4 结论

(1)应用有限元软件 ANSYS 仿真计算获得脱层 复合材料梁的各阶固有频率及节点振型,通过计算得 到复合材料脱层梁和板结构的柔度曲率矩阵。

(2)以柔度曲率矩阵  $F_{CM}$ 为损伤识别参数,对复合材料脱层梁进行了损伤检测。分析结果表明,对于 宇航材料工艺 http://www.yhclgy.com 2015年 第5期 单一、多处脱层损伤以及不同的脱层大小,预制脱层单元的 *F*<sub>cm</sub>值均发生突变,能准确反映脱层的位置和大小。

(3)对于复合材料板结构。分析结果表明:对于 单一脱层损伤,纵向和横向柔度曲率突变率分别是 3.631 0、5.407 8 倍。对于多处脱层损伤,小损伤处 纵向和横向柔度曲率突变率分别是 3.5350、5.902 8 倍;大损伤处纵向和横向柔度曲率突变率分别是 5. 6803、10.010 9 倍。突变位置与预设的脱层位置一 致。说明纵向和横向柔度曲率均能判断复合材料脱 层损伤的位置和大小,且相对来说,纵向柔度曲率损 伤识别效果更好于横向柔度曲率。

#### 参考文献

[1] 卢嘉德. 固体火箭发动机复合材料技术的进展及其应用前景[J]. 固体火箭技术, 2001, 24(1): 46-52

[2] 葛邦,杨涛,高殿斌,等.复合材料无损检测技术研究进展[J]. 玻璃钢/复合材料,2009(6):67-71

[3] 宋远佳,张炜. 基于超声红外热成像技术的复合材 料损伤检测[J]. 固体火箭技术,2012,35(4):559-563

[4] 赵建华, 罗明, 吴时红, 等. 超声波喷水穿透法在先进复合材料检测中的应用[J]. 宇航材料工艺, 2012,42(4):105-108

[5] Y. Onur Kas, Cevdet Kaynak. Ultrasonic (C-scan) and microscopic evaluation of resin transfer molded epoxy composite plates [J]. Polymer Testing, 2005, 24(1):114–120

[6] 陈桂才, 吴东流, 程茶园, 等. 复合材料缺陷的红外 热波无损检测[J]. 宇航材料工艺, 2004, 34(1): 55-58

[7] 候哲.复合材料内部缺陷的微波检测技术研究[D]. 太原:太原理工大学.2014

[8] 陈颖,何双起.复合材料粘接结构超声声谐振检测技术[J]. 宇航材料工艺,2011,41(2):110-112

[9] 吴耀军,陶宝祺,史习智. 基于小波包技术的复合材 料损伤检测[J].复合材料学报,1997,14(4):95-100

[10] Ramadas C, Balasubramaniam K, Joshi M, et al. Interaction f the primary anti-symmetric Lamb mode (A0) with symmetric delaminations: numerical and experimental studies [J]. SmartMaterials and Structures, 2009, 18(8);46-50

[11] 陈立. 基于柔度曲率矩阵的结构损伤识别研究 [D]. 大连理工大学, 2009

[12] 李永梅,周锡元,高向宇,等.柔度曲率法对梁结构的 损伤诊断[J].北京工业大学学报,2008,34(11):1173-1178

[13] 李永梅, 周锡元, 高向宇. 基于柔度差曲率矩阵的 结构损伤识别方法[J]. 工程力学, 2009, 26(2): 118-195

[14] Pandey A K, Biswas M, Samman M M. Damage detection from changes in curvature mode shapes [J]. Journal of sound and vibration, 1991, 145(2): 321-332

 $[\,15\,]$  Wu D, Law S S. Damage localization in plate structures from uniform load surface curvature[J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 276(1): 227–244

[16] 唐小兵, 沈成武, 陈定方. 结构损伤识别的柔度曲率法[J]. 武汉理工大学学报,2001, 23(8): 18-20

(编辑 任涛)

— 79 —