# 纤维曲线铺放的变刚度复合材料层合板的失效分析

杜  $r^{1,2}$ 杨  $j^{1,2}$ 李志猛<sup>2</sup> 戴维蓉<sup>2</sup>

(1 天津市现代机电装备技术重点实验室,天津 300387)(2 天津工业大学机械工程学院,天津 300387)

**文 摘** 介绍了一种纤维曲线铺放的变刚度复合材料层合板有限元建模方法。按照曲线铺放规律定义每 一个单元的实常数,并对这种纤维曲线铺放层合板进行建模。在此基础上讨论了在弯曲和压缩失效两种不同 边界条件下,采用 Tsai-Wu 失效准则,对其进行失效分析,验证其面内受力情况,计算最大的 Tsai-Wu 强度比 倒数 1/R。当 1/R =1 时,所施加的载荷为失效的临界载荷。对比两组纤维直线和纤维曲线的铺层算例,弯曲 失效条件下临界失效载荷提高 16% 和 21%,压缩失效条件下临界失效载荷提高 51% 和 19%。纤维曲线铺放 层合板有效提高了失效性能。

关键词 纤维曲线铺放,变刚度复合材料,1/R,失效载荷

## Failure Analysis of Variable-Stiffness Composite Laminates With Curvilinear Fiber Placement

Du Yu<sup>1,2</sup> Yang Tao<sup>1,2</sup> Li Zhimeng<sup>2</sup> Dai Weirong<sup>2</sup>

Advanced Mechatronics Equipment Technology Tianjin Area Major Laboratory, Tianjin 300387)
 (2 School of Mechanical Engineering, Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300387)

Abstract This paper presents the variable-stiffness composite laminates with curvilinear fiber placement finite element modeling method. According to the curvilinear placement rule definition of every unit of the real constant, the variable-stiffness composite laminates with curvilinear fiber placement modeling was established. Bending and compression failure of two kinds of different boundary conditions was discussed, through the Tsai-Wu failure criterion, the maximum inverse strength radio index 1/R was calculated. Taking 1/R=1 as the critical load of failure, bending condition of critical failure load is increased by 16% and 21%, compression condition of failure load is increased by 51% and 19%. The results show that variable stiffness composite can improve failure properties.

Key words Fiber placement, Variable-stiffness composite, Inverse strength radio, Failure load

## 0 引言

变刚度复合材料层合板早已在国外引起重视,目前已有许多这方面的研究。传统的制备复合材料层合板的方法是采用纤维直线铺放形成的,复合材料每一层的纤维角度是一定的。随后,提出了一种非传统的制备复合材料层合板的方法,纤维曲线铺放,每一层的纤维角度是连续变化的,在力学性能方面,强度和刚度是沿着纤维方向的,因此用这种方法制备的复合材料层合板被定义为变刚度层合板(VSP)。Gürdal和Olmedo<sup>[1]</sup>运用迭代的数值计算方法,得出其轴向刚度提高 50%。ljsselmuide 等人<sup>[2]</sup>开发了一个优化的框架,其中包括热载荷的影响,并且优化设计了变刚度层

合板热力学方面的最大屈曲荷载因子。Waldhart<sup>[3]</sup>介 绍了平移法比平行法在提高复合材料层合板屈曲载荷 方面表现更为优异,且平移法便于制备。Lopes 等 人<sup>[4-5]</sup>证实了层合板在压缩屈曲和首层失效荷载方 面,曲线纤维比直线纤维铺放的层合板更加有优势。 最近,变刚度的概念已经应用到了圆柱和圆锥等结构 上,Blom 等人<sup>[6]</sup>优化了圆柱壳体在纯弯曲作用下的最 大承载力,并且也开始对圆锥壳体进行研究。

国内,马永前等人<sup>[7]</sup>用 ABAQUS 有限元软件对纤 维曲线铺放的复合材料层合板进行了建模计算,验证 其面内受力情况下,屈曲荷载显著提高,幅度达14% 左 右。随后,秦永利等人<sup>[8]</sup>对纤维曲线铺放的变刚度复

收稿日期:2013-01-08

基金项目:天津市应用基础与前沿技术研究计划重点项目(11JCZDJC23000)

作者简介:杜宇,1988年出生,硕士研究生,研究方向为复合材料成型技术与装备。E-mail:duyu2219@163.com

合材料层合板的研究进展进行了具体介绍。

变刚度复合材料在某些特定载荷下表现出更加 优越的力学性能,研究复合材料的失效强度具有重要 意义。目前,国内缺少先进的纤维铺放设备,相关技 术尚不完善,对曲线铺放成型的变刚度复合材料失效 性能研究较少。本文以纤维曲线铺放成型的变刚度 层合板为研究对象,利用 ANSYS 对其失效性能进行 研究,得到其 Tsai-Wu 的 1/R 系数,计算出复合材料 的失效载荷,进而探索变刚度复合材料层合板的失效 性能和力学性能。

## 1 纤维曲线铺放的变刚度复合材料有限元建模

重点研究利用平移法进行纤维曲线铺放成型的 变刚度复合材料层合板,复合材料的每一层纤维角度 是连续变化的,在具有相同 x 坐标的单元沿着 y 方向 具有相同的属性,具有相同 x 坐标的单元称为一单元 组。即在 ANSYS 建模中,定义实常数时,每一单元组 具有相同的铺层角度。

变刚度复合材料是对连续的曲线纤维进行铺放 来设计的,参考路径如图1实线所示,纤维上任意点 和 x 方向的夹角表达式为(1)式。有限元建模时要 将连续的曲线纤维进行离散化,纤维是分段连续的, 离散成若干个有限元单元,每一个单元组所具有的铺 层角度如(2)式所示。



图1 参考路径及<0/45>层有限元网格模型



$$\theta(x) = \frac{2(T_1 - T_0)}{a} |x| + T_0 - \frac{a}{2} \le x \le \frac{a}{2} \quad (1)$$

$$\theta(i) = \frac{2i}{n}(T_1 - T_0) + T_0 i = 1, \dots, \frac{n}{2}$$
 (2)

式中,*a* 为层合板宽度,*n* 为复合材料在*x* 轴方向网格 划分的个数,即每一层具有*n* 个单元组;*i* 为从原点 起*x* 轴正负方向上单元组的个数编号;*T*<sub>0</sub>为曲线铺放 的纤维在板中心处的角度;*T*<sub>1</sub>为曲线铺放的纤维在距 离板中心 *a*/2 处的角度。图1 为<0/45>层曲线铺放 的有限元网格模型。

复合材料层合板几何尺寸为400 mm×400 mm×3 mm,每层厚度为0.5 mm,材料参数<sup>[9]</sup>如表1 所示。铺 层顺序为[<15/30>/<30/45>/<45/60>]<sub>3</sub>变刚度复合 材料层合板的有限元模型如图2 所示。模型中总共有 2 400 个单元,每个单元都有特定的铺层角度。

由于是对称铺设,单元较多,选取上面的三层,列 举第一层1、4、7、10号单元;第二层401、404、407、410 号单元;第三层801、804、807、810号单元进行说明, 这些单元的铺层角度如图3所示。

## 表1 材料常数

#### Tab.1 Material parameters

$E_1/\text{GPa}$	$E_2/\text{GPa}$	G <sub>12</sub> /GPa	$V_{21}/\text{GPa}$	V <sub>32</sub> /GPa
141.6	10.7	3.88	0.27	0.5
X/MPa <sub>t</sub>	$X_{\rm c}/{ m MPa}$	Y <sub>t</sub> /MPa	$Y_{\rm e}/{ m MPa}$	$S_{12}/\mathrm{MPa}$
1314	-1220	/3	-168	48



图 2 变刚度复合材料有限元模型









Fig. 3 Layer angle of finite element

## 2 复合材料失效准则

强度理论的失效准则是很好的复合材料失效判据。失效载荷定义为当复合材料发生首层失效时的 载荷。采用 Tsai-Wu 的失效准则<sup>10</sup>:

$$(F_{11}\sigma_1^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\sigma_6^2)R^2 + (F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2)R^{-1} = 0$$
(3)

 $F_1$ 、 $F_2$ 和  $F_{11}$ 、 $F_{12}$ 、 $F_{22}$ 、 $F_{66}$ 分别是二阶和四阶强度 系数张量;  $\sigma_i$ 是主方向的应力。

$$F_{11} = 1/X_{t}X_{c}, F_{22} = 1/Y_{t}Y_{c}, F_{66} = 1/S^{2},$$
  

$$F_{1} = 1/X_{t} - 1/X_{c}, F_{2} = 1/Y_{t} - 1/Y_{c},$$

$$F_{12} = \sqrt{F_{11}F_{22}}/2, \sigma_6 = \sigma_{12}$$

式中:X<sub>t</sub>、X<sub>e</sub>分别是纤维纵向拉伸和压缩强度;Y<sub>t</sub>、Y<sub>e</sub>分别是纤维横向拉伸和压缩强度;S 是剪切强度。

基于式(3),计算出强度比R:

$$R = -B/2A + \sqrt{(B/2A)^2 + 1/A}$$
其中

$$A = F_{11}\sigma_1^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\sigma_{12}^2$$
$$B = F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2$$

当 Tsai-Wu 的强度比倒数  $\frac{1}{R} \ge 1$  时,复合材料

发生失效。

3 数值算例失效载荷计算及讨论

## 3.1 复合材料层合板弯曲失效

在图 2 有限元模型中, x = 200 mm, x = -200 mm处施加 y, z 方向位移约束; y = 200 mm, y = -200 mm处施加 x, z 方向位移约束; z = 1.5 mm 面上施加均布 的 10 kPa 压力荷载。复合材料铺层顺序分两组情况 考虑, 每组分别包括纤维直线铺放和纤维曲线铺放的 情况为:

(A)[45/30/15]<sub>s</sub>和[<15/30>/<30/45>/<45/60>]<sub>s</sub>
(B)[45/30/45]<sub>s</sub>和[<15/30>/<45/60>/<30/45>]<sub>s</sub>

为了得到复合材料层合板的失效载荷,需要利用 ANSYS 对不同载荷情况下进行多次有限元分析,以 得到最大的 Tsai-Wu 强度比倒数 1/R 与载荷之间的 关系。因此本文将 10 kPa 外加均布载荷依次分 10 次施加,查看面内的受力情况,根据 Tsai-Wu 失效准 则,模拟计算出最大的强度比倒数 1/R 随外加载荷 的变化关系如图 4 所示。

从图 4 中可以看出 Tsai-Wu 的最大强度比倒数 1/R 与外加载荷是呈线性变化的,直线铺放的算例结 果在曲线铺放的上方,当 1/R =1 时,所施加载荷为 失效的临界载荷值。



图 4 1/R 随外加载荷的变化关系 Fig. 4 Relationship of inverse strength radio to load

由图4计算出本算例复合材料层合板的失效载荷,如表2所示。

从表2中可以看出,纤维曲线铺放的变刚度复合 材料层合板的失效载荷有较大幅度的提高,其面内刚 度、强度有较大幅度的提高。说明复合材料层合板在 承受沿厚度方向的弯曲载荷时,纤维曲线铺放的复合 材料层合板可以提高失效性能。

## 表 2 纤维直线铺放和曲线铺放的 复合材料层合板失效载荷值

## Tab. 2 Failure load of the laminated composite with curvilinear fiber

皙졔	巨스垢	失效载荷	提高率
异列	云百似	/kPa	/%
$A_1$	[45/30/15] <sub>s</sub>	12.6	-
$A_2$	$\left[<\!15/30\!>/<\!30/45\!>/<\!45/60\!>\right]_{\rm s}$	14.6	16
$B_1$	[45/30/45] <sub>s</sub>	12.5	-
$B_2$	$\left[<\!15/30\!>\!/<\!\!45/60\!>\!/<\!\!30/45\!>\right]_{\rm s}$	15.1	21

## 3.2 复合材料层合板压缩失效

在图 2 有限元模型中,x = -200 mm 处施加 x, y, z方向的位移约束;x = 200 mm, y = 200 mm, y = -200 mm 处施加 z 方向的位移约束;<math>x = 200 mm 面上施加 均布的 1 MPa 压力荷载。复合材料铺层顺序分两组 情况考虑,每组分别包括纤维直线铺放和纤维曲线铺 放的情况为:

(C)[45/30/45]<sub>s</sub>和[<30/45>/<45/60>/<15/30>]<sub>s</sub>

(D)[45/30/60]<sub>s</sub>和[<15/30>/<45/60>/<30/45>]<sub>s</sub>

根据 Tsai-Wu 的最大强度比倒数 1/R 与外加载 荷的关系,计算出本算例的复合材料层合板的失效载 荷如表 3 所示。

宇航材料工艺 http://www.yhclgy.com 2013 年 第5期

— 24 —

## 表 3 纤维直线铺放和曲线铺放的 复合材料层合板失效载荷值

Tab. 3 Failure load of the laminated composite with curvilinear fiber

4				
答届	皙庙	巨스垢	失效载荷	提高率
	异凹	云 百 似	/MPa	/%
	$C_1$	[45/30/45] <sub>s</sub>	112.36	-
	$C_2$	$\left[<\!30/45\!>/\!<\!\!45/60\!>/\!<\!\!15/30\!>\right]_{\rm s}$	169.49	51
	$D_1$	[45/30/60] <sub>s</sub>	158.73	-
	$D_2$	[<15/30>/<45/60>/<30/45>] <sub>s</sub>	188.67	19

从表 2 和表 3 中可以看出,纤维曲线铺放的复合 材料层合板在受到弯曲和压缩载荷时,其失效载荷有 较大幅度的提高。原因是在外界载荷的作用下,纤维 曲线铺放的复合材料层合板的应力分布相对于直线 铺放的复合材料层合板进行了重新分布,使主要的载 荷转移到刚度较高的区域。弯曲失效载荷明显比压 缩失效载荷小很多,是由于复合材料沿纤维方向力学 性能较高,而垂直于纤维方向的力学性能较低,所以 复合材料沿纤维方向承受载荷时失效性能明显强于 复合材料沿厚度方向上承受载荷时失效性能。

从图 5 可以看出:在单位压缩载荷作用下,算例  $D_1$ 和 $D_2$ 的最大 Tsai-Wu 强度比倒数 1/R均产生在 模型的左上角,其中算例 $D_1$ 的是 0.006,算例 $D_2$ 的 是 0.005。



算例 D<sub>2</sub> 图 5 直线铺放算例(D<sub>1</sub>)和曲线铺放算例(D<sub>2</sub>) Tsai-Wu 的 1/R 的分布云图

Fig. 5 Inverse of Tsai-Wu strength radio index with straight fiber  $(D_1)$  and curvilinear fiber  $(D_2)$ 

从整体云图来看,算例 D<sub>2</sub> 的比算例 D<sub>1</sub> 的小。由 此可以证明:纤维曲线铺放的复合材料能够更有效的 分散载荷在其内部产生的集中应力,调整面内载荷的

宇航材料工艺 http://www.yhclgy.com 2013 年 第5期

分布,使主要载荷转移到强度、刚度较高的区域。从 而提高其力学性能,失效载荷显著提高。

## 4 结论

(1)利用 ANSYS 有限元软件,将连续的曲线纤 维进行离散化,纤维是分段连续的,离散成若干个有 限元单元,必须按照曲线铺放规律来定义每一个单元 的材料常数,对这种纤维曲线铺放的复合材料进行建 模。

(2)通过对弯曲和压缩失效两种不同算例数值 模拟,计算出复合材料的失效载荷。对比两组纤维直 线和纤维曲线铺层,弯曲失效条件下临界失效载荷值 提高 16% 和 21%,压缩失效条件下临界失效载荷值 提高 51% 和 19%。纤维曲线铺放层合板失效载荷比 直线铺放的显著提高,说明纤维曲线铺放变刚度层合 板可以有效提高失效性能。

(3)通过纤维曲线铺放的方法成型变刚度复合 材料层合板可以调整面内载荷的分布,使主要载荷转 移到强度、刚度较高的区域。

## 参考文献

[1] Olmedo R, Gürdal Z. Composite laminates with spatially varying fibre orientations: Variable stiffness panel concept [C]. Proceedings of the 33<sup>th</sup> AIAA/ASME/AS- CE/AHS/A-SC structures, structural dynamics and materials (SDM) conference, AIAA, 1992;207–284

[2] Ijsselmuiden S, Abdalla M M, Gürdal Z. Thermomechanical design optimization of variable stiffness composite panels for buckling[J]. Therm. Stress,2010,33(10):997-92

[3] Waldhart C . Analysis of tow-placed , variable-stiffness laminates[D]. Blacksburg, VA : Vir-ginia Polytechnic Institute and State University,1996

[4] Lopes C S, Camanho P P, Gürdal Z, et al. Progressive failure analysis of tow-placed, variable-stiffness composite panels
 [J]. Int. J. Solids Struct. ,2007,44(25-26):516-571

[5] Lopes C S, Gürdal Z, Camanho P P. Variable-stiffness composite panels: buckling and first-ply failure improvements over straight fibre laminates[J]. Comput. Struct., 2008, 86: 897–907

[6] Blom A W ,Stickler P B,Gürdal Z. Optimization of a composite cylinder under bending by tailoring stiffness properties in circumferential direction[J]. Compos. Part B, 2010,41(2): 65–157

[7] 马永前.纤维曲线铺放的变刚度复合材料层合板的 屈曲[J].玻璃钢/复合材料,2009(5):31-35

[8] 秦永利. 纤维曲线铺放制备变刚度复合材料层合板的研究进展[J]. 玻璃钢/复合材料,2012(1):61-66

[9] Liu K S, Tsai S W. A progressive quadratic failure crierion for a laminate [J]. Composite Science and Technology, 1998,58(7):1023-1032

 $[\,10\,]$  Van Paepegem W, Degrieck J. Calculation of damagedependent directional failure indices from the Tsai–Wu static failure criterion  $[\,J\,]$ . Composite Science and Technology, 2003, 63 (2):305-310

(编辑 李洪泉)