

等极孔球形压力容器平面缠绕规律

王洪运 马国峰 赵亮 费春东

(哈尔滨玻璃钢研究院, 哈尔滨 150036)

文 摘 基于空间解析几何理论及运动学分析方法, 建立复合材料球形压力容器平面缠绕落纱点轨迹运动方程, 推导出等极孔球形容器表面缠绕纤维落纱点空间位置、速度以及加速度的求解函数; 通过对落纱点运动规律的分析, 解出空间落纱点各方向运动速度的大小及其各方向夹角余弦值。最后利用 Matlab 软件对不同的丝嘴运动平面倾斜角的缠绕轨迹进行模拟, 通过该计算方法模拟的轨迹结果与实际球形容器缠绕线型相符合, 验证了该算法的有效性。

关键词 球形容器, 平面缠绕, 运动方程

Flat Winding Principle About Equal Polar Hole Spherical Pressure Vessel

Wang Hongyun Ma Guofeng Zhao Liang Fei Chundong

(Harbin FRP Institute, Harbin 150036)

Abstract Based on the theory of space analytic geometry and kinematics, fiber-touched point's locus equation of flat winding about FRP spherical pressure vessel is established. The functions of fiber-touched point's space location, and velocity and acceleration of equal polar hole spherical pressure vessel's flat winding at any time are deduced. Velocity in various directions and cosine value of angular separation of the fiber-touched point were solved by the analysis of doff point's winding principle. Finally, winding locus is simulated with various initial angles by software of Matlab, the effectiveness of the proposed approach is validated by the comparison results of numerical simulation and actual fiber winding style.

Key words Spherical vessel, Flat winding, Equation of motion

0 引言

球形压力容器具有最高的结构效率, 其容积与表面积的比值最小, 在航空、航天等部门得到广泛使用。目前, 纤维缠绕复合材料以其高强度、低密度、成型效率高、质量稳定等诸多特点, 在球形压力容器成型上具有较大的优势。复合材料球形容器的成型工艺通常采用平面缠绕, 对于球形容器的等极孔缠绕, 缠绕轨迹为考虑摩擦因素存在的类测地线缠绕, 可以保证纤维稳定落纱不滑线。在缠绕时球形芯模绕轴线作缓慢匀速转动, 同时丝嘴绕芯模作另一个角度的转动, 芯模轴线与缠绕丝嘴运动平面法线轴之间存在固定夹角, 丝嘴每旋转一周, 芯模转动一个微小角度, 反复循环直至纤维布满整个芯模表面^[1-3]。

本文在综合球形平面缠绕特点的基础上, 利用基于空间解析几何理论及运动学分析方法, 建立复合材

料球形压力容器平面缠绕落纱点轨迹运动方程, 分析出等极孔复合球形压力容器纤维落纱点的运动规律。

1 轨迹方程的建立

由于纤维落纱点在球面上运动过程较为复杂, 因此在基于空间几何运动规律及缠绕工艺的基础上, 利用解析(投影)方法模拟缠绕过程^[4-6]。图 1 中 φ_0 为纤维缠绕初始平面与球形芯模赤道圆平面的初始倾角, 如图 2 所示。 z 轴为芯模转轴, 球形芯模半径为 r , 芯模运动角速度为 ω_0 , n 为纤维落纱点运动平面法线, 纤维落纱点在赤道圆处投影运动轨迹角速度为 ω_1 ; 设起始点为 A 点, 纤维落点由 A 点运动到 B 点经历了 t 时间, 由图 2 几何关系建立 B 点投影 B' 。[$x(t)$ 、 $y(t)$] 点对时间 t 的函数关系

$$x(t) = r \cos \varphi_0 \sin \omega_1 t \quad (1)$$

$$y(t) = r \cos \omega_1 t \quad (2)$$

收稿日期: 2011-11-14

作者简介: 王洪运, 1979 年出生, 硕士, 工程师, 主要从事复合材料成型工艺研究。E-mail: why317_2001@163.com

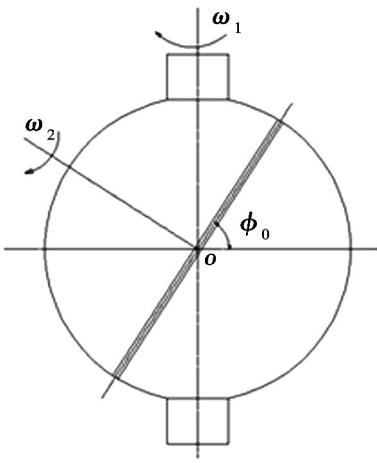


图1 等极孔球形压力容器的平面缠绕

Fig.1 Flat winding about equal polar hole spherical vessel

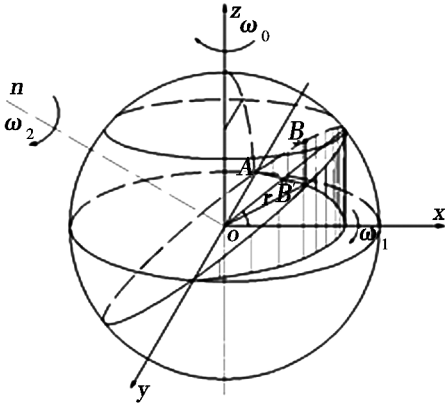


图2 球平面缠绕空间坐标系建立

Fig.2 Establishment of spherical flat space winding coordinate

在球平面缠绕过程中,对于缠绕的任一时刻,纤维落点运动轨迹在赤道圆平面的投影是一个椭圆曲线,经历下一个时间段过程中,在空间坐标系 $Oxyz$ 上, $B[x_1(t), y_1(t), z_1(t)]$ 点与时间 t 存在如下关系:

$$x_1(t) = x(t) \cos \omega_0 t + y(t) \sin \omega_0 t \quad (3)$$

$$y_1(t) = -x(t) \sin \omega_0 t + y(t) \cos \omega_0 t \quad (4)$$

B 点符合球面基本方程,有

$$z_1(t) = \pm \sqrt{r^2 - x^2(t) - y^2(t)} \quad (5)$$

由以上各式得出纤维落纱点轨迹的参数方程为:

$$x = r \cos \varphi_0 \sin \omega_1 t \cos \omega_0 t + r \cos \omega_1 t \sin \omega_0 t \quad (6)$$

$$y = -r \cos \varphi_0 \sin \omega_1 t \sin \omega_0 t + r \cos \omega_1 t \cos \omega_0 t \quad (7)$$

$$z = \pm \sqrt{r^2 - x^2(t) - y^2(t)} = r \sin \varphi_0 \sin \omega_1 t \quad (8)$$

对于赤道圆平面投影轨迹角速度 ω_1 与纤维缠绕平面的角速度 ω_2 存在下列关系

$$\tan \omega_2 t = \cos \varphi_0 t \tan \omega_1 t \quad (9)$$

将纤维落纱点的坐标参数对时间 t 取一阶导数,得到纤维落纱点的速度方程

$$v_x = \frac{dx}{dt} = (\cos \varphi_0 \omega_1 + \omega_0) r \cos \omega_0 t \cos \omega_1 t - (\cos \varphi_0 \omega_0 + \omega_1) r \sin \omega_0 t \sin \omega_1 t \quad (10)$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} = -(\cos \varphi_0 \omega_1 + \omega_0) r \sin \omega_0 t \cos \omega_1 t - (\cos \varphi_0 \omega_0 + \omega_1) r \cos \omega_0 t \sin \omega_1 t \quad (11)$$

$$v_z = \frac{dz}{dt} = r \omega_1 \sin \varphi_0 \cos \omega_1 t \quad (12)$$

故纤维落纱点 B 的合速度大小

$$v = r \sqrt{\omega_0^2 \sin^2 \varphi_0 \cos^2 \omega_1 t + (\omega_0 \cos \varphi_0 + \omega_1)^2} \quad (13)$$

其方向余弦为

$$\cos(v, i) = \frac{(\cos \varphi_0 \omega_1 + \omega_0) \cos \omega_0 t \cos \omega_1 t}{\sqrt{\omega_0^2 \sin^2 \varphi_0 \cos^2 \omega_1 t + (\omega_0 \cos \varphi_0 + \omega_1)^2}} - \frac{(\cos \varphi_0 \omega_0 + \omega_1) \sin \omega_0 t \sin \omega_1 t}{\sqrt{\omega_0^2 \sin^2 \varphi_0 \cos^2 \omega_1 t + (\omega_0 \cos \varphi_0 + \omega_1)^2}} \quad (14)$$

$$\cos(v, j) = \frac{-(\cos \varphi_0 \omega_1 + \omega_0) \sin \omega_0 t \cos \omega_1 t}{\sqrt{\omega_0^2 \sin^2 \varphi_0 \cos^2 \omega_1 t + (\omega_0 \cos \varphi_0 + \omega_1)^2}} - \frac{(\cos \varphi_0 \omega_0 + \omega_1) \cos \omega_0 t \sin \omega_1 t}{\sqrt{\omega_0^2 \sin^2 \varphi_0 \cos^2 \omega_1 t + (\omega_0 \cos \varphi_0 + \omega_1)^2}} \quad (15)$$

$$\cos(v, k) = \frac{\omega_1 \sin \varphi_0 \cos \omega_1 t}{\sqrt{\omega_0^2 \sin^2 \varphi_0 \cos^2 \omega_1 t + (\omega_0 \cos \varphi_0 + \omega_1)^2}} \quad (16)$$

将 B 点的坐标对时间取二阶导数,得到纤维落纱点 B 的加速度^[7]

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2} = -r(A \cos \omega_0 t \sin \omega_1 t + B \sin \omega_0 t \cos \omega_1 t) \quad (17)$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2 y}{dt^2} = r(A \sin \omega_0 t \sin \omega_1 t - B \cos \omega_0 t \cos \omega_1 t) \quad (18)$$

$$a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2 z}{dt^2} = -r \omega_1^2 \sin \varphi_0 \sin \omega_1 t \quad (19)$$

故纤维落纱点 B 的合加速度为

$$a = r \sqrt{A^2 \sin^2 \omega_1 t + B^2 \cos^2 \omega_1 t + \omega_1^4 \sin^2 \varphi_0 \sin^2 \omega_1 t} \quad (20)$$

$$\cos(a, i) = \frac{-\omega_0^2 \cos \varphi_0 \sin \omega_0 t}{\sqrt{\omega_0^4 (\cos^2 \varphi_0 \sin^2 \omega_0 t + \cos^2 \omega_0 t) + \omega_1^4 \sin^2 \varphi_0 \sin^2 \omega_1 t}} \quad (21)$$

$$\cos(a, j) = \frac{-\omega_0^2 \cos \omega_0 t}{\sqrt{\omega_0^4 (\cos^2 \varphi_0 \sin^2 \omega_0 t + \cos^2 \omega_0 t) + \omega_1^4 \sin^2 \varphi_0 \sin^2 \omega_1 t}} \quad (22)$$

$$\cos(a, k) = \frac{-\omega_1^2 \sin \varphi_0 \sin \omega_1 t}{\sqrt{\omega_0^4 (\cos^2 \varphi_0 \sin^2 \omega_0 t + \cos^2 \omega_0 t) + \omega_1^4 \sin^2 \varphi_0 \sin^2 \omega_1 t}} \quad (23)$$

上式中:

$$A = \omega_0^2 \cos^2 \varphi_0 + \omega_1^2 \cos \varphi_0 + 2\omega_0 \omega_1,$$

$$B = \omega_0^2 + \omega_1^2 + 2\omega_0 \omega_1 \cos \varphi_0$$

2 基于 Matlab 软件的缠绕轨迹

通过上述理论,利用 Matlab 软件对等极孔球形容器平面缠绕的运动轨迹进行了模拟,分别模拟出初始倾角等于 30°、60°、75°时球形平面缠绕线型(图 3~图 6)。与已经缠绕成型的球形容器线型进行对比,所得的球形容器等极孔缠绕线型与实际线型一致(图 7)。

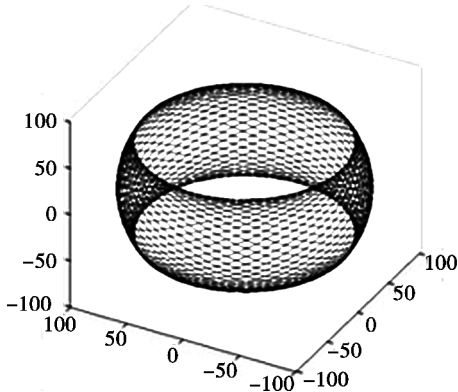


图 3 初始倾角 30°时的落纱点运动轨迹

Fig. 3 Fiber-touched point's locus of 30°initial angle

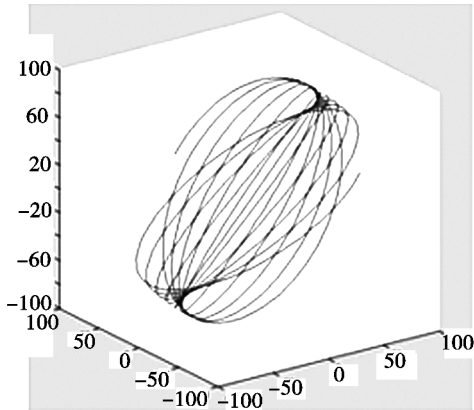


图 4 初始倾角 60°时 1/4 圆周的落纱点运动轨迹

Fig. 4 Quarter circle fiber-touched point's locus of 60°initial angle

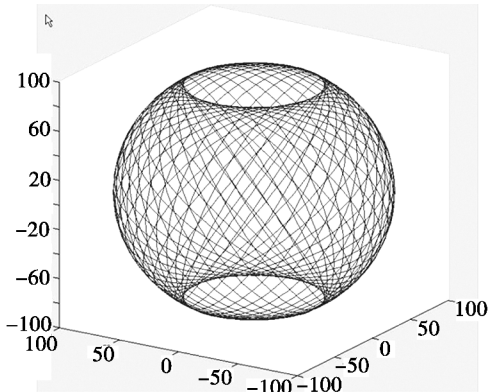


图 5 初始倾角 60°时的落纱点运动轨迹

Fig. 5 Fiber-touched point's locus of 60°initial angle

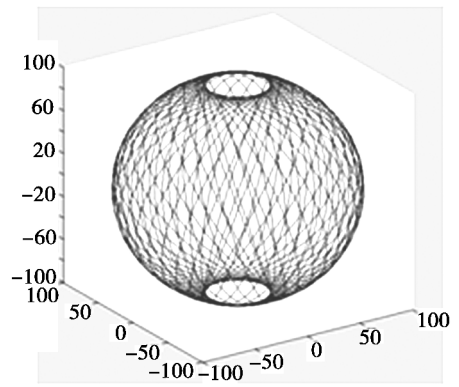


图 6 初始倾角 75°时的落纱点运动轨迹

Fig. 6 Fiber-touched point's locus of 75°initial angle

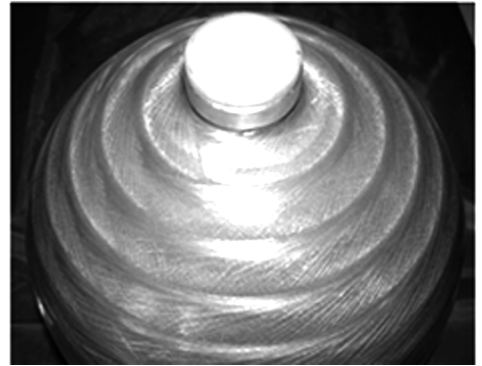


图 7 平面缠绕球形压力容器

Fig. 7 Spherical pressure vessel of plane winding

3 结论

应用运动学及空间解析几何方法推导得到了等极孔球形压力容器平面缠绕运动规律,可得到在任意时间落纱点在缠绕芯模上的坐标值、运动速度和加速度。由此可以确定球形容器的缠绕规律,为后续诸如复合材料球形容器内压强度计算等理论研究提供运动参数,对实际的缠绕工艺成型亦有重要的指导意义。

参考文献

- [1] 边文凤. 纵向平面缠绕壳体几何参数的优化设计[J]. 石油大学学报(自然科学版), 1997(6)
- [2] 姜广祥. 纤维缠绕球形压力容器的结构与性能[J]. 纤维复合材料, 1989(3)
- [3] 姜广祥, 费春东, 蒋喜志. 不等极孔纤维缠绕球形压力容器的结构设计及性能[J]. 纤维复合材料, 2002(02): 23-26
- [4] 吴明华, 梁友栋, 余奕岳. 圆环面上测地线的稳定性[J]. 浙江大学数学系高校应用数学学报 A 辑, 2001, 16(4): 481-485
- [5] 韩振宇, 富宏亚, 付云忠, 等. 究凹回转曲面纤维缠绕架空分析及应用[J]. 推进技术, 2004(6): 286-288
- [6] 黄毓圣, 谢军龙. 回转表面上非测地线缠绕的计算方法[J]. 宇航学报, 1985(3): 63-68
- [7] 哈尔滨工业大学理论力学教研室. 理论力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1981: 252-278

(编辑 吴坚)