# 缝合复合材料弹性常数细观 力学模型的分析比较

于芳 燕 瑛

(北京航空航天大学航空科学与工程学院,北京 100083)

文 摘 对近几年来公开发表的缝合复合材料弹性常数的细观力学模型进行了分析比较。通过计算对 比了铺层纤维面内弯折、正弦波状弯曲、多项式描述纤维弯曲三个典型的缝合复合材料弹性常数的细观力学分 析模型。结果表明,采用面内纤维弯折假设的弹性常数分析模型对缝纫参数的改变不敏感;采用面内纤维弯曲 假设的模型对缝纫参数改变敏感,不同模型得到的弹性常数随缝纫参数变化趋势几乎是相同的。但是,假设纤 维在针脚附近只有部分纤维发生弯曲比假设纤维全部发生弯曲得到的结论更合理。

关键词 缝合复合材料,弹性常数,细观力学模型

## Comparison of Micro-Mechanical Model for Elastic Constants Analysis of Stitched Composites

### Yu Fang Yan Ying

(School of Aeronautic Science and Technology, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

Abstract A comparison of micro-mechanical models for the elastic constants of stitched composites reported in recent years is carried out Three typical micro-mechanical models for the elastic constants analysis of stitched composites are compared by calculating, which are in-plane fiber bend model, sine waviness model and polynomially described fiber waviness model. It is shown that the result of in-plane fiber bend model is much more sensitive for the in-plane elastic constants than the in-plane waviness model when stitch parameter changes, and different models have similar tendency. However, it is more reasonable to resume that only a part but not all of the in-plane fiber is deformed

Key words Stitched composites, Elastic constants, Micro-mechanical model

#### 1 引言

采用缝合工艺使传统层合板在厚度方向上得到 了增强,提高了其抗损伤能力。NASA在 ACT计 划<sup>111</sup>中通过试验对缝合复合材料进行了大量研究, 此外,国内外研究者还建立了多种缝合层合板性能的 理论预测模型,主要可分为有限元模型和基于数学方 法的细观力学分析模型两种。

基于均匀化理论的有限元模型、Voxel模型<sup>[2]</sup>、 基于能量法的三维有限元模型<sup>[3]</sup>虽然都可以预测缝 合层合板的弹性性能,但是建立有限元分析模型工作 繁琐,而且针对每一种缝合参数都要建立相应的模 型。

采用细观力学方法建立的分析模型不仅很容易

改变缝合参数,而且具有良好的可继承性和发展空间。研究缝合层合板弹性性能首要的问题是分析缝 纫单层的弹性常数。目前已发表了多个缝合复合材 料弹性常数的细观力学分析模型,但这些文章均未对 彼此的模型进行比较,难辨优劣。因此本文试图通过 对近年来公开发表的缝合复合材料弹性常数的细观 力学分析模型进行分析比较,从而为更准确地进行缝 合复合材料的弹性性能分析提供参考。

#### 2 细观力学模型

目前报道的缝合复合材料弹性常数的细观力学 分析模型的共同特点是忽略缝纫引起的损伤,只考虑 铺层纤维的面内变形。它们最根本的区别是对纤维 变形方式所采取的假设不同。目前有两种假设:纤维

宇航材料工艺 2007年 第 1期

收稿日期:2006-09-20

作者简介:于芳,1981年出生,硕士研究生,从事飞机复合材料设计与应用方面研究

弯折假设和纤维连续弯曲假设。在纤维弯折模型中, 假设只有一部分的面内纤维发生了弯折 (图 1);纤维 连续弯曲模型中常假设弯曲在针距方向是梯度变化 的 (图 2)。





图 2 纤维连续弯曲模型示意图

Fig 2 Ilustration of fiber-bending model

模型 1,铺层纤维面内弯折模型计算简单,公布的计算结果较好<sup>[4]</sup>;模型 2,正弦波状弯曲模型采用 正弦波状函数描述纤维的面内弯曲,不考虑缝线的性 能<sup>[6]</sup>,其单胞内纤维弯曲函数表示为:

$$(x, y) = a(1 - \frac{y}{w}) \sin(\frac{2-x}{l} - \frac{y}{2})$$
 (1)

式中,*w、l* a 根据铺层纤维方向与缝纫方向的夹角不同而不同。当两者夹角为 90 时,*w* = *p*/2, *l* = *q*, *a* = *r*, *p*为针距, *q*为行距, *r*为缝线半径。

模型 3,多项式描述纤维弯曲的细观力学模型从 梁的几何非线性理论出发,推导出以多项式描述的单 胞内纤维弯曲函数,如公式 (2)所示,并提出了纤维 间隙率和缝纫线径向变形率对其进行修正,而且由于 考虑了缝线的性能,可计算出沿厚度方向的模量  $E_3^{s}$ 。 宇航材料工艺 2007年 第 1期

$$f(x, y) = y + \frac{1}{3}L^{4}Ax^{2} + \frac{2}{27}L^{12}A^{3}x^{4} - \frac{1}{9}Ax^{6}$$
$$- \frac{1}{9}L^{8}A^{3}x^{8} + \frac{2}{27}L^{4}A^{3}x^{12} - \frac{1}{54}A^{3}x^{16}$$
(2)

式中,  $L \ge 1.5 \text{ mm}$ 为单胞中的几何参数取 1/2针距, A为 L与端部挠度的函数<sup>[7]</sup>。

3 计算结果

为了比较现有各种缝合单层弹性常数分析模型 的适用性,本文使用统一的标准对以上三种模型进行 了详细的计算分析,下面按上文提及的顺序分别简称 为 M<sub>1</sub>、M<sub>2</sub>、M<sub>3</sub>。由于国内外公开发表的文献均没有 层合板厚度方向弹性常数试验数据,下文主要对比计 算分析了三种模型对缝合单层板面内弹性常数的结 果。

缝合单层板材料为 T300/QY9512缝线 Kevlar29缝纫针 距为 5 mm,缝纫行距为 5 mm,缝纫线线密度为 1 400 Tax,未 缝纤维体积分数为 ( $60 \pm 2$ )%,缝纫方向为 90 ;辅层方向为 0°图 3~图 6对比了由三种模型得到的缝线半径、缝纫针 距与行距对缝合单层板的面内弹性常数的影响。图中纵坐 标分别为缝合单层板有效纵向模量、横向模量、剪切模量和 泊松比与无缝合单层板之比  $E_1^i / E_1 < E_2^i / E_2 < G_{12}^i / G_{12} < \frac{5}{12} / 120$ 







#### 4 分析讨论

从图 3~图 6可以看出,缝合单层板的面内弹性 常数不同程度的受缝线半径、缝纫针距与行距的影 响。在文献 [8~11 报道中, *E*<sup>1</sup> 变化的量级和趋势都 不尽相同,但面内纤维变形总使 *E*<sup>1</sup> 降低<sup>(12)</sup>,这也与 三种模型的计算结果一致。 $E_2^s$ 、 $G_{12}^s$ 、 $S_{12}^s$ 的试验数据不足,还没能得到一致的结论。一般情况下<sup>1121</sup>,缝合会使 $E_2^s$ 、 $G_{12}^s$ 、 $S_{12}^s$ 的值增大,三个模型的计算结果也证实了这一点。

由图 3可以看出,当缝线半径增加时,纤维在面 宇航材料工艺 2007年 第 1期 内的弯曲或弯折程度增加,计算得的  $E_1^i$ 均逐渐减小。  $M_2$ 与  $M_3$ 的  $E_2^i$ 、 $G_{12}^i$ 、 $L_{12}^{i2}$ 增大,  $M_1$  的  $E_2^i$ 、 $G_{12}^i$ 变化相对很 小,除  $E_1^i$ 外  $M_2$ 的  $E_2^i$ 、 $G_{12}^i$ 、 $L_{12}^i$ 受半径变化的影响都是 最大的。

当针距行距等比例增大时,由图 4可以看出,计 算得的  $E_1^s$ 均逐渐增大,  $E_2^s$ 、 $G_{12}^s$ 、 $G_{12}^s$ 则逐渐减小,  $E_1^s$  /  $E_1$ 、 $E_2^s$  / $E_2$ 、 $G_{12}^s$  / $G_{12}$ 、 $G_{12}^s$  / $G_{12}$ 

针距对纤维弯曲程度的影响较小,因此各弹性常数的变化趋势是各种情况中最平缓的。由图 5 可以 看出, $E_1^s/E_1$ 、 $E_2^s/E_2$ 均逐渐趋向于 1。 $G_{12}^s/G_{12}$ 接近于 不同的常值。值得注意的是随针距增加  $M_2$ 的  $\frac{s}{12}/_{12}$ 是逐渐增大的,但  $M_1$ 、 $M_3$ 得到的  $\frac{s}{12}/_{12}$ 都是减小的。 这可能是由于  $M_3$ 考虑了缝线径向变形率的影响,与  $M_1$ 一样在一个单胞内纤维只有一部分纤维发生了变 形,而  $M_2$ 一个单胞内的纤维则全部发生了变形。 $M_2$  在计算 12时是不合理的。

 $M_2$ 、 $M_3$ 两种模型纤维的弯曲程度在针距方向都 是梯度变化的,不同的是  $M_2$ 的纤维在一个单胞内都 是弯曲的,而  $M_3$ 由于采用了缝纫线径向变形率的修 正,在一个单胞内还有一部分的直纤维存在。当行距 较小时,式 (2)所描述的纤维弯曲更为严重,因此计 算得的  $E_1^i$ 较小;行距不断增大时,参与弯曲的纤维 增多,弯曲程度降低, $M_3$ 的  $E_1^s$ 与  $M_1$ 、 $M_2$ 的值迅速接 近 [图 6(a)]。然而由图 6(b)可以看出,对于  $G_{12}^s$ 与  $\frac{s}{12}, M_2$ 受到的影响则是最大的。

表 1对比了 3种模型对面内弹性模量  $E_1$ 的计算 结果与试验值,可以看出  $M_2$ 的计算结果误差最大,并 且目前只能计算 0 % ±45 % 90 % 缝纫方向下的缝合单 层板弹性模量,  $M_1$ 、 $M_3$ 都可以计算任何缝纫方向下的 缝合层合板的面内弹性模量,误差也在可以接受的范 围内。

表 1	3种	中模型对面内引	单性模量	E <sup>s</sup> 的计算结果	<b>吴</b> 与试验值 <sup>[7</sup>	"比较(	p = 3 mm	, q = <b>5 mm</b> )
Tab	1	Com na rison	hotwoon	the calcub ted	regults and	tost ro	culte of th	ree models

缝纫方向	实验结果	模型 M1		模型 M <sub>2</sub>		模型 M <sub>3</sub>	
/( 9	/GPa	结果 /GPa	误差 /%	结果 /GPa	误差 /%	结果 /GPa	误差 /%
10	118. 4	121. 5	2 6	-	-	117.8	- 0. 5
45	116. 2	121. 5	4. 6	129. 1	11. 1	118.1	1. 6
90	108. 8	121. 5	11. 7	127. 4	17.1	111. 8	2.8

#### 5 结论

采用面内纤维弯折假设的弹性常数分析模型对 缝纫参数的改变不敏感;采用面内纤维弯曲假设的模 型对缝纫参数改变敏感,不同模型得到的弹性常数随 缝纫参数变化趋势是几乎是相同的。但是,假设纤维 在针脚附近只有部分纤维发生弯曲比假设纤维全部 发生弯曲得到的结论更合理。

#### 参考文献

1 Dow M B, Dexter H B. Development of stitched, braided and woven composite structures in the ACT program and at langley research center (1985 to 1997). NASA/TP - 97 -206234, 1997

2 Gunnion A J, Murray L Scot et al Thickness effects on the compressive stiffness and strength of stitched composite laminates Composite Structures, 2004; 66(7): 479 ~ 486

3 燕瑛,韩凤宇.缝合复合材料弹性性能的三维有限元 细观分析与试验验证.航空学报,2004;25(3):267~269

4 孟凡颢.用 DPS模型预测缝合复合材料弹性常数.飞 机设计,2004; (3):17~20

5 魏玉卿,张俊乾.缝纫复合材料层合板面内弹性模量 分析.力学与实践,2005;27(1):36~38

宇航材料工艺 2007年 第1期

6 桂良进,范子杰,寇长河等.缝纫层合板的本构关系研究(D)——缝纫单层板有效弹性常数分析(D).复合材料学报,2002;19(1):95~100

7 曾东,燕瑛,基于几何非线性梁理论的缝合复合材料 弹性性能分析,复合材料学报,2006;(增刊)

8 Mouritz A P, Bannister M K, Falzon P J et al Review of applications for advanced three-dimensional fibre textile composites Composites A, 1999;  $30(12): 1445 \sim 14619$ 

Jain LK, Mai YW. Recent work on stitching of laminated composites - theoretical analysis and experiments In: Scott ML ed Proc  $11^{\text{th}}$  Int Conf Comp. Mat Lancaster, Pennsylvania: Technom ic Publishing, 1997: I- 25 ~ I- 51

10 Tada Y, Ishikawa T Experimental evaluation of the effects of stitching on CFRP laminate specimens with various shapes and loadings Key Engng Mater, 1989;  $37: 305 \sim 316$ 

11 Larsson F. Damage tolerance of a stitched carbon/epoxy laminate. Composites A, 1997; 28: 923 ~ 934

12 Mouritz A P, Cox B N. A mechanistic approach to the properties of stitched laminates Composite Part A, 2000; 31 (1):  $1 \sim 27$ 

(编辑任涛)