

# 有限差分法在陶瓷瓦烧结过程优化控制中的应用

孙陈诚<sup>1,2</sup> 王俊山<sup>2</sup> 胡子君<sup>2</sup> 孙志杰<sup>1</sup> 张佐光<sup>1</sup>

(1 北京航空航天大学材料科学与工程学院,北京 100086)

(2 航天材料及工艺研究所先进功能复合材料技术国防科技重点实验室,北京 100076)

**文 摘** 采用有限差分法分析了陶瓷瓦在烧结过程中的温度均匀性,计算结果表明:采用基本模型在烧结过程中温度分布不均匀,与实验结果相符;采用改进模型重新计算,结果显示陶瓷瓦在烧结过程中温度均匀性得到显著改善,进而提出实验修改方案。

**关键词** 有限差分法,陶瓷瓦,温度均匀性

## Finite Differential Approach in Optimizing Sintering of Ceramic Tiles

Sun Chencheng<sup>1,2</sup> Wang Junshan<sup>2</sup> Hu Zijun<sup>2</sup> Sun Zhijie<sup>1</sup> Zhang Zuoguang<sup>1</sup>

(1 School of Materials Science and Engineering, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083)

(2 National Key Laboratory of Advanced Functional Composite Materials, Aerospace Research Institute of Materials and Processing Technology, Beijing 100076)

**Abstract** Temperature distribution of ceramic tiles during sintering is analysed by finite differential approach, it is shown that big temperature difference is obtained as long as a basic model is employed, which is in accordance with the experimental results. Quite uniform temperature can be reached when a modified model is introduced. Suggestions on sintering process are given at the final section of the paper.

**Key words** Finite differential approach, Ceramic tiles, Temperature distribution

### 1 引言

不同形式的天地往返运输飞行器都经历多次穿越稠密大气层的历程,热防护材料及结构是该飞行器的主要组成部分<sup>[1]</sup>。刚性陶瓷瓦是航天飞机最主要的热防护材料,应用面积占整个防热面积的66.3%<sup>[2~3]</sup>。烧结工艺是陶瓷瓦制备过程中的一个重要步骤,直接影响陶瓷瓦的性能。陶瓷瓦在马弗炉中进行烧结,炉腔上表面和下表面为加热面,耐火砖砌成炉腔,马弗炉的结构决定了在工作时炉内存在温度差异。不同烧结温度对陶瓷瓦的微观结构、性能会有很大影响。当陶瓷瓦在烧结过程中试样内部存在很大温度差异时,势必造成陶瓷瓦的结构不均匀、性能各向异性。本文应用有限差分法进行理论计算,对陶瓷瓦在热处理炉中的放置方式进行评价,并应用实验结果对模型计算进行验证,从而对陶瓷瓦烧结过程及其控制提出改进意见。

### 2 有限差分法计算过程

#### 2.1 建立数学模型

马弗炉腔内上下表面为加热面,两侧壁为非加热面,为了简化计算过程,不考虑侧壁对陶瓷瓦的加热。陶瓷瓦的剖面图如图1所示:虚线为微元体划分网格线,实线为微元体中心(也称节点)连成的节点网格。

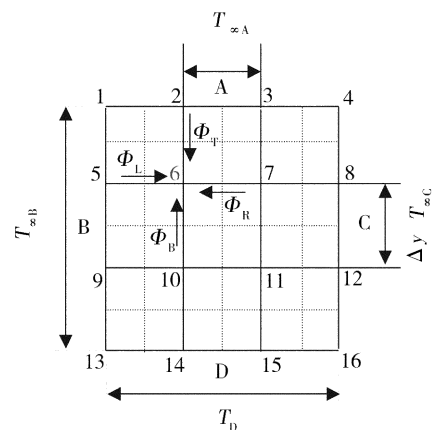


图1 陶瓷瓦的网格示意图

Fig 1 Lattice schematic of ceramic tile

收稿日期:2005-10-10;修回日期:2006-03-15

作者简介:孙陈诚,1979年出生,硕士,主要从事隔热材料的研究工作

宇航材料工艺 2007年 第1期

— 51 —

假设 A 面正对炉腔上表面, B 面正对炉腔内壁, C 面正对炉门, D 面平放在耐火砖上(耐火砖平放在炉内,与炉底平面接触),因此 D 面各点温度恒定; A、B、C 与空气接触传热。假设陶瓷瓦为各向同性材料,尺寸为  $a \times b \times c$ ,其热导率为  $\lambda$ ,炉内空气的对流传热系数为  $h$ ,各边界温度如图 1 所示。

## 2.2 计算过程

根据单元体热平衡法对任一单元体用傅里叶定律建立节点方程。6、7、10、11 为内节点,内节点处没有对流换热。下面以节点 6 的单元体为例介绍计算过程,其热传导方式如图 1 中箭头所示。

$$T = \frac{T_2 - T_6}{y} c x \quad (1)$$

$$L = \frac{T_5 - T_6}{x} c y \quad (2)$$

$$R = \frac{T_7 - T_6}{x} c y \quad (3)$$

$$B = \frac{T_{10} - T_6}{y} c x \quad (4)$$

$$\frac{T_2 - T_1}{x} \cdot \frac{y}{2} c + \frac{T_5 - T_1}{y} \cdot \frac{x}{2} c + h \frac{x}{2} c (T_A - T_1) + h \frac{y}{2} c (T_B - T_1) = 0 \quad (8)$$

经整理得

$$T_1 = \frac{\frac{y}{x} T_2 + \frac{x}{y} T_5 + x \cdot T_A + y \cdot T_B}{\frac{y}{x} + \frac{x}{y} + x + y} \quad (9)$$

式中  $\frac{y}{x} = \frac{b}{a}$

类似推导可以得到节点 2、3、4、5、8、9、12 的节点方程

$$T_4 = \frac{\frac{y}{x} T_3 + \frac{x}{y} T_8 + x \cdot T_A + y \cdot T_C}{\frac{y}{x} + \frac{x}{y} + x + y} \quad (10)$$

$$T_i = \frac{\frac{y}{2x} (T_{i-1} + T_{i+1}) + \frac{x}{y} T_{i+4} + x \cdot T_A}{\frac{y}{x} + \frac{x}{y} + x} \quad (i=2, 3) \quad (11)$$

$$T_i = \frac{\frac{x}{2y} (T_{i-4} + T_{i+4}) + \frac{y}{x} T_x + y \cdot T_y}{\frac{x}{y} + \frac{y}{x} + x + y}$$

(当  $i=5, 9$  时,  $T_x = T_{i+1}$ ,  $T_y = T_B$ ; 当  $i=8, 12$  时,  $T_x = T_{i-1}$ ,  $T_y = T_C$ )  $(12)$

D 面直接平放在耐火砖上,所以节点 13、14、15、16 满足  $T_{13} = T_{14} = T_{15} = T_{16} = T_D$

式 (1) ~ (4) 中  $T$ 、 $L$ 、 $R$ 、 $B$  分别表示通过以节点为 6 的单元体上表面、左表面、右表面、下表面的热流量;  $x$ 、 $y$  分别表示网格在水平方向和垂直方向的宽度。 $T_i$  ( $i=1 \sim 16$ ) 表示节点  $i$  处的温度。

本文只考虑稳态传热的情况,因此,

$$T + L + R + B = 0 \quad (5)$$

将式 (1) ~ (4) 代入 (5) 式,经整理得

$$T_6 = \frac{\frac{-x}{y} (T_2 + T_{10}) + \frac{-y}{x} (T_5 + T_7)}{2 \left( \frac{-x}{y} + \frac{-y}{x} \right)} \quad (6)$$

对于 6、7、10、11 内节点可以用以下通式来描述

$$T_i = \frac{\frac{-x}{y} (T_{i-4} + T_{i+4}) + \frac{-y}{x} (T_{i-1} + T_{i+1})}{2 \left( \frac{-x}{y} + \frac{-y}{x} \right)} \quad (7)$$

边界节点的情况略有不同,一方面与周围环境有对流热交换,另一方面与相邻单元体有传导热交换,稳态时热流量之和为零。节点 1 热平衡式为:

## 2.3 改进模型的计算过程

假设陶瓷坯不直接接触炉腔下表面,而是四角支起来,陶瓷坯的下表面与炉腔的下表面形成对流热交换,图 1 中的  $T_b$  变成  $T_D$ 。

与上述推理计算类似可得各节点的热平衡方程式。

其中节点 1 ~ 12 热平衡方程式与 2.2 节完全相同,  $T_{13} \sim T_{15}$  如下所示:

$$T_i = \frac{\frac{-y}{2x} (T_{i-1} + T_{i+1}) + \frac{-x}{y} T_{i-4} + x \cdot T_D}{\frac{-y}{x} + \frac{-x}{y} + x} \quad (i=14, 15) \quad (13)$$

$$T_i = \frac{\frac{-x}{y} T_{i-4} + \frac{-y}{x} T_x + x \cdot T_D + y \cdot T_y}{\frac{-x}{y} + \frac{-y}{x} + x + y}$$

(当  $i=13$  时,  $T_x = T_{14}$ ,  $T_y = T_B$ ; 当  $i=16$  时,  $T_x = T_{15}$ ,  $T_y = T_C$ )  $(14)$

## 2.4 计算结果与讨论

各个边界条件的取值及其依据分别为:取陶瓷瓦的尺寸为  $a = b = c = 3 \text{ cm}$ ,则  $x = y = 1 \text{ cm}$ ;陶瓷瓦坯的平均热导率  $\lambda = 0.08 \text{ W / (m} \cdot \text{K)}$ ;根据文献 [4],陶瓷瓦与热空气的对流换热系数取  $h = 8 \text{ W / (m}^2 \cdot \text{K)}$

K);按照马弗炉的结构特点和加热方式,假设  $T_A = 1\ 260$ 、 $T_B = 1\ 160$ 、 $T_C = 1\ 160$ 、 $T_D = T_D = 1\ 260$ 。

用高斯-赛德尔迭代法<sup>[5]</sup>结合 Excel编程对两种模型分别进行计算,直到最后两次迭代值相差小于 1。

基本模型初值选取相邻边界条件的平均值,例如

$$T_1 = \frac{T_A + T_B}{2} = 1\ 235, T_4 = \frac{T_A + T_C}{2} = 1\ 210,$$

其他数值列在表 1 的第一列。计算结果如表 1 所示。

改进模型与基本模型不同, $T_{13} \sim T_{16}$ 不再是定值,按照同样的原则选取初值,列在表 2 中的第一列。

针对两种模型的最后计算结果用图 2 表示。

表 1 基本模型节点温度计算结果

Tab 1 Value of basic model

| 迭代次数     | $T_1$  | $T_2$  | $T_3$  | $T_4$  | $T_5$  | $T_6$  | $T_7$  | $T_8$  | $T_9$  | $T_{10}$ | $T_{11}$ | $T_{12}$ | $T_{13}$ | $T_{14}$ | $T_{15}$ | $T_{16}$ |
|----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0        | 1235   | 1227   | 1218   | 1210   | 1243   | 1235   | 1228   | 1227   | 1252   | 1256     | 1252     | 1243     | 1260     | 1260     | 1260     | 1260     |
| 1        | 1235.0 | 1240.5 | 1237.8 | 1221.2 | 1229.5 | 1238.5 | 1238.8 | 1210.3 | 1236.9 | 1246.9   | 1247.2   | 1214.1   | 1260     | 1260     | 1260     | 1260     |
| 2        | 1235.0 | 1245   | 1244   | 1218.6 | 1228.2 | 1239.7 | 1235.3 | 1203.9 | 1233.6 | 1245.1   | 1238.6   | 1210.2   | 1260     | 1260     | 1260     | 1260     |
| 3        | 1235.8 | 1246.5 | 1242.6 | 1216.6 | 1228.1 | 1238.8 | 1231.0 | 1201.6 | 1233.1 | 1242.6   | 1235.9   | 1208.9   | 1260     | 1260     | 1260     | 1260     |
| 4        | 1236.2 | 1246.1 | 1240.8 | 1215.6 | 1227.8 | 1236.9 | 1228.8 | 1200.3 | 1232.2 | 1241.2   | 1234.7   | 1208.3   | 1260     | 1260     | 1260     | 1260     |
| 5        | 1236.0 | 1245.1 | 1239.7 | 1215.0 | 1227.0 | 1235.5 | 1227.6 | 1199.7 | 1231.6 | 1240.5   | 1234.1   | 1207.9   | 1260     | 1260     | 1260     | 1260     |
| 6        | 1235.5 | 1244.4 | 1239.1 | 1214.7 | 1226.4 | 1234.7 | 1226.9 | 1199.4 | 1231.2 | 1240.0   | 1233.7   | 1207.8   | 1260     | 1260     | 1260     | 1260     |
| $T^{1)}$ | 0.5    | 0.7    | 0.6    | 0.3    | 0.6    | 0.8    | 0.7    | 0.3    | 0.4    | 0.5      | 0.4      | 0.1      | 0        | 0        | 0        | 0        |

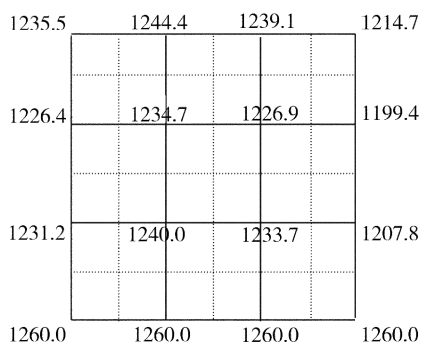
注:1)  $T$ 为最后二次迭代差的绝对值。

表 2 改进模型节点温度计算结果

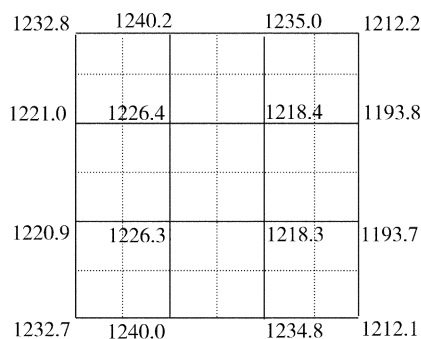
Tab 2 Value of modified model

| 迭代次数     | $T_1$  | $T_2$  | $T_3$  | $T_4$  | $T_5$  | $T_6$  | $T_7$  | $T_8$  | $T_9$  | $T_{10}$ | $T_{11}$ | $T_{12}$ | $T_{13}$ | $T_{14}$ | $T_{15}$ | $T_{16}$ |
|----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0        | 1235   | 1227   | 1218   | 1210   | 1210   | 1231   | 1214   | 1210   | 1235   | 1231     | 1214     | 1210     | 1235     | 1227     | 1218     | 1210     |
| 1        | 1226.8 | 1237.8 | 1232.6 | 1215.7 | 1224   | 1226.7 | 1220.8 | 1197.9 | 1223.5 | 1222.8   | 1217.9   | 1193.9   | 1230.1   | 1235.6   | 1233.6   | 1212.0   |
| 2        | 1232.9 | 1239.8 | 1236.2 | 1213.5 | 1221.6 | 1226.3 | 1219.6 | 1194.4 | 1219.6 | 1224.8   | 1218     | 1193.7   | 1231.3   | 1239.1   | 1234.5   | 1211.9   |
| 3        | 1232.9 | 1240.3 | 1235.5 | 1212.5 | 1220.8 | 1226.4 | 1218.6 | 1193.9 | 1220.3 | 1225.9   | 1218.2   | 1193.7   | 1232.3   | 1239.8   | 1234.7   | 1212.1   |
| 4        | 1232.8 | 1240.2 | 1235.0 | 1212.2 | 1221.0 | 1226.4 | 1218.4 | 1193.8 | 1220.9 | 1226.3   | 1218.3   | 1193.7   | 1232.7   | 1240     | 1234.8   | 1212.1   |
| $T^{1)}$ | 0.1    | 0.1    | 0.5    | 0.3    | 0.2    | 0      | 0.2    | 0.1    | 0.6    | 0.4      | 0.1      | 0        | 0.4      | 0.2      | 0.1      | 0        |

注:1)  $T$ 为最后二次迭代差的绝对值。



(a) 基本模型



(b) 改进模型

图 2 基本模型和改进模型温度分布

Fig 2 Temperature distribution on basic and modified models

比较图 2(a)、图 2(b),可以很明显看出,图 2(a)中温度分布非常不均匀,相邻节点的温度差最高达到 52.2,最大温差达到 60.6。陶瓷瓦在烧结过程中由于温度分布不均匀会造成性能不稳定。在实验过程中也确实观察到了类似的现象,采取基本模型,紧贴炉腔下表面一侧的陶瓷瓦密度明显高于相对一侧的密度。

### 3 实验验证

优化烧结工艺参数,可以在一定范围内调整上下密度偏差。在实验中采用同样的烧结温度,测量其上下部分的密度,密度偏差最大高出 35%,分别为 247.0和 183.0 kg/m<sup>3</sup>;最小时也达到 15%,分别为 231.0和 200.0 kg/m<sup>3</sup>。采用基本模型的烧制方法,不可能完全消除上下的密度偏差。在实际应用中,有时陶瓷瓦上下部分存在一定密度差异反倒是有利的,可以利用不同密度赋予陶瓷瓦一些不同的性能以满足冷热表面的不同使用要求,但是从理论上和在实验中探讨优化陶瓷瓦烧结工艺的基本原理和技术手段,可以达到精确控制制品性能的目的。

实验中固定其他工艺参数,仅仅变化烧结温度,得到图 3所示的结果。

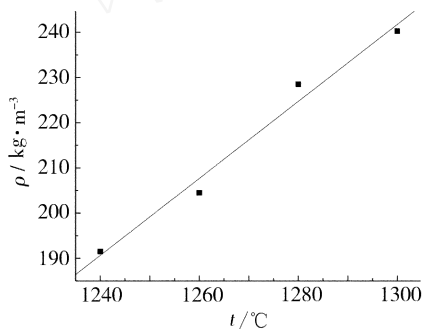


图 3 陶瓷瓦密度与烧结温度的关系曲线

Fig 3 Curve of density vs sintering temperature

从图 3可以看出,随烧结温度的升高,陶瓷瓦的烧结程度逐渐提高,表现为密度随温度升高单调增加。图 3中拟合曲线为:  $\rho = -865.84 + 0.852t$ 。以密度为 240 kg/m<sup>3</sup>为例,密度低 35%意味着烧结温度低 101,密度低 15%意味着烧结温度低 52,说明实际烧结过程中陶瓷瓦内部存在明显的温度差异。理论计算结果与实验结果有较大的差别,并不具有一一对应关系。原因是理论计算中有一些不全面的假设,而且只考虑理想状况下的传热过程,实际烧结过程要复杂的多,首先传热系数和边界温度不一定是假

设中的数值,在烧结过程中是变量,受到挥发气体的影响变化幅度可能较大;其次烧结过程中炉腔内部以及陶瓷瓦表面和内部的温度分布都不均匀,大部分时间里也不是稳态传热过程;另外还有吸、放热和组分变化等复杂的化学、物理变化;为简化计算,模型中假设陶瓷瓦的左右侧没有温度变化,实际过程复杂的多;在模型计算中没有引入辐射传热,也会引起计算结果与实际情况的偏离。尽管如此,本研究引入的理论计算仍然具有重要的价值,一方面理论计算结果给出了陶瓷瓦烧结过程中的一些基本变化规律,可以合理解释一定的实验现象,更重要的是可以给出指导实验过程优化的改进意见;另一方面是由于在实际操作过程中不可能全部测量和定量研究以上描述的各种影响因素。即使个别参量能够测量,其难度和工作量也很大,从理论上进行分析是现实可行的办法。

### 4 结论

陶瓷瓦在烧结过程中为保证温度分布的均匀性,可以采取以下措施。

(1)尽可能采用改进模型的方式,使其下表面与炉底能形成对流传热。

(2)注意陶瓷瓦与炉腔尺寸的合理匹配,避免陶瓷瓦与炉壁接触。

(3)放置陶瓷瓦时保持左右间隙相等,使得左右侧的对流传热接近,有利于温度的均匀分布。

(4)由于炉门不能完全密封,使得炉门内侧温度稍低,所以要注意关好炉门,尽量使得炉门密封,在炉腔大小许可的条件下,尽量把陶瓷放置炉腔深处,以保证  $T_c$ 有较大值。

### 参考文献

- 1 Cowart K, Olds J. TCAT - A tool for automated thermal protection system design. In: AIAA space 2000 conference and exposition, California, America, 2000
- 2 孟佩弦,刘信和. 航天飞机轨道器防热系统. 航天情报研究报告, HQ - B88035
- 3 Bamexs R P, Howski E R, Larsen W T. Processing aspects of space shuttle orbiter's ceramic reusable surface insulation. Ceramic Engineering Science Proceedings, 1981; (7 ~ 8): 591 ~ 610
- 4 曹红奋,梅国梁. 传热学. 北京:人民交通出版社, 2004: 73 ~ 75
- 5 杨世铭,陶文铨. 传热学. 北京:高等教育出版社, 2004: 103 ~ 110

(编辑 李洪泉)