

纤维缠绕复合材料圆环壳线型设计与优化

祖磊¹ 何钦象¹ 李辅安²

(1 西安理工大学工程力学系, 西安 710048)

(2 西安航天复合材料研究所, 西安 710025)

文 摘 由微分几何理论, 导出了纤维缠绕圆环壳曲面的滑移和架空判据。基于薄膜理论和网格理论, 结合圆环壳几何特征, 得到了内压作用下纤维螺旋加环向缠绕圆环壳的平衡方程组, 给出了均衡缠绕线型的确定方法。以稳定缠绕条件和壳体强度要求为约束, 缠绕层最小质量为优化目标, 利用收敛效率较高的序列二次规划算法 (SQP) 求得了不同爆破压强下的各项最优均衡缠绕参数。文中的设计方法真实反映了环壳结构特征和实际工程设计要求, 算例表明可直接应用于纤维缠绕环壳的初步设计。

关键词 复合材料, 圆环壳, 均衡型, 线型优化, 序列二次规划

Pattern Design and Optimization for Filament-Wound Toroidal Shell

Zu Lei¹ He Qinxiang¹ Li Fu'an²

(1 Department of Engineering Mechanics, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048)

(2 Xi'an Aerospace Composite Materials Institute, Xi'an 710025)

Abstract A design-oriented structural design capability for the spiral with hoop wound traffic circle inner-pressure vessel is described systematically in this paper. The general criterion for fiber bridge on torus winding is discussed derived from differential geometry theory. And then, based on netting theory and the geometric characteristic of torus, the balanced equation for filament-wound torus under the internal pressure load is performed and the equicohesive patterns are obtained. Furthermore, the optimum parameters of winding process can be obtained by using the sequential quadratic programming algorithm and the results are efficient for the convergence. These methods are suitable to practical design and reflect particular features of composite toroidal shell. The numerical example shows that the recommended calculation method can be applied to the preliminary design of filament-wound traffic circle pressure vessel.

Key words Composites, Toroidal shell, Equicohesive pattern, Optimum pattern, Sequential quadratic programming

1 引言

纤维缠绕技术已广泛应用于高品质复合材料的生产设计之中, 其缠绕制品具有比强度高、比模量大、可设计性好、质量轻且稳定以及成本低等一系列

优点。近年来, 纤维缠绕圆环压力容器 (环壳) 越来越受到人们的关注, 其能满足特殊的形状要求, 在航空航天和一些民用工业中有重要而独特的应用价值。对于圆柱壳或球壳等轴对称回转体的压力容

收稿日期: 2005 - 08 - 17; 修回日期: 2005 - 10 - 19

作者简介: 祖磊, 1983年出生, 硕士研究生, 主要从事复合材料压力容器的结构设计和力学分析

器,其缠绕过程中各项参数的设计和优化,已有不少学者进行了细致的研究^[1-4]。然而对于环壳,由于其结构和受力的复杂性,关于纤维缠绕规律特别是多线型缠绕设计分析的相关报道甚少。从几何上看,环壳属于典型的非轴对称体且存在凹曲面,纤维在曲面上应能够实现稳定缠绕;另一方面,由于承受很高的内部压力,缠绕铺层应尽量满足均衡型设计^[5-6],使其具有优良的承载能力。

本文推导了环壳曲面纤维稳定缠绕所需满足的条件,研究了纤维螺旋加环向均衡型缠绕环壳的线型确定方法;运用序列二次规划法对纤维缠绕层进行整体优化设计,以实现产品的轻质、高强。分析所得出的结论将为纤维缠绕圆环压力容器的线型设计和结构优化提供依据。

2 圆环壳曲面纤维稳定缠绕判据

圆环面 $S(\theta, \phi)$ 的基本参数表达式为:

$$r(\theta, \phi) = \begin{cases} (R + r\cos\theta)\cos\phi \\ (R + r\cos\theta)\sin\phi \\ r\sin\theta \end{cases} \quad (1)$$

式中, θ 、 ϕ 是曲面的两个几何参数,如图 1 所示。

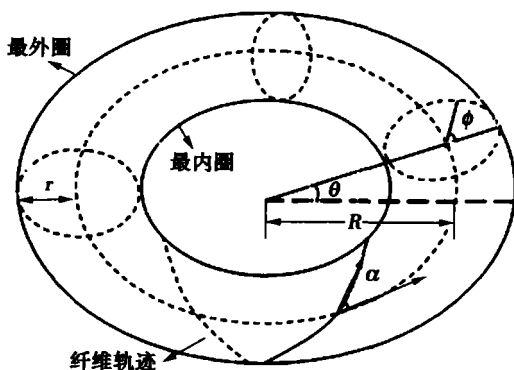


图 1 圆环壳曲面及纤维轨迹示意图

Fig 1 Shape of torus and fiber path

纤维在曲面上缠绕时,缠绕机吐丝嘴对纤维的拉力而产生的张力会使得纤维出现滑移现象;当缠绕至凹曲面时,又可能因为贴不紧芯模表面而发生架空。为避免打滑和架空,应使其线型轨迹满足稳定缠绕条件^[7]:

$$\begin{cases} \mu \geq k_g/k_n \\ k_n < 0 \end{cases} \quad (2)$$

式中, k_g 为纤维曲线的测地曲率, k_n 为曲线法曲率, μ 为纤维打滑系数, μ 为工艺摩擦系数,由实验测定。

宇航材料工艺 2006年 第3期

设纤维在曲面一点缠绕角为 α 。由微分几何理论可得,环壳曲面一点的两个主曲率为:

$$k_1 = -\frac{\cos\theta}{R + r\cos\theta}, k_2 = -\frac{1}{r}$$

由 Euler 公式可知该点法曲率为:

$$k_n = k_1 \cos^2\theta + k_2 \sin^2\theta \quad (3)$$

由 (3) 式可知,纤维在环壳凸曲面(正高斯面)缠绕时, k_n 恒小于 0,无论缠绕角 α 取多少都不会产生架空;而在凹曲面(负高斯面)上,若纤维不产生架空,缠绕角 α 必须满足:

$$\alpha > \arctan \frac{-r\cos\theta}{R + r\cos\theta} \quad (4)$$

显然这个不架空临界角的大小取决于 R/r , 即管径比。

环壳曲面缠绕的几何参数之间满足:

$$\frac{d}{ds} = \frac{\sin\theta}{r} \quad (5)$$

圆环面曲线测地曲率可由 Liouville 公式求出:

$$k_g = \frac{d}{ds} + \frac{\sin\theta}{R + r\cos\theta} \cdot \cos\theta \quad (6)$$

欲使曲面纤维轨迹稳定不打滑,由 (2)、(3)、(5)、(6) 式可得如下判据:

$$\mu \geq \left| \frac{\frac{d}{ds} \cdot \sin\theta + \frac{r\sin\theta}{R + r\cos\theta} \cdot \cos\theta}{\frac{r\cos\theta}{R + r\cos\theta} \cdot \cos^2\theta + \sin^2\theta} \right| \quad (7)$$

3 均衡缠绕线型设计

3.1 平衡方程组

由薄膜理论可推得内压 p 作用下圆环壳的周向(经向)和纵向(纬向)薄膜内力分别为:

$$\begin{cases} N_\theta = \frac{pr}{2} \cdot \frac{2R + r\cos\theta}{R + r\cos\theta} \\ N_\phi = \frac{pr}{2} \end{cases} \quad (8)$$

根据网格理论,内压作用下纤维螺旋加环向缠绕圆环壳的平衡方程为:

$$\begin{cases} h_\theta \cos^2\alpha = \frac{pr}{2} \\ h_\theta \sin^2\alpha + h_\phi = \frac{pr}{2} \cdot \frac{2R + r\cos\theta}{R + r\cos\theta} \end{cases} \quad (9)$$

式中, N_θ 和 N_ϕ 分别为螺旋向和环向纤维应力; h_θ 和 h_ϕ 分别为螺旋向和环向缠绕层厚度; α 为螺旋向缠绕角。

对于应变均衡型缠绕, 网格意义下纤维在任一点均有^[5-6]:

$$\sigma_{\theta} = \sigma_{\phi} \quad (10)$$

式中, σ_{θ} 为均衡应变。故对于单一纤维材料, 有:

$$\sigma_{\theta} = \sigma_{\phi} \quad (11)$$

令 $\sigma_{\theta} = \frac{h}{h_0}$, 将 (11) 式代入 (9) 式可解得缠绕角表达式:

$$\tan^2 \theta = \frac{2R + r \cos \theta_0}{R + r \cos \theta_0} \quad (12)$$

考虑到缠绕起点 (最外圈) 的初始条件, 可得:

$$\begin{cases} h_0 \cos^2 \theta_0 = \frac{pr}{2} \\ h_0 \sin^2 \theta_0 + h_0 = \frac{pr}{2} \cdot \frac{2R+r}{R+r} \\ \theta_0 = \theta_0 = 0 \end{cases} \quad (13)$$

纤维缠绕起点应从圆环壳最外圈开始, 且使最外圈正好均匀布满。由于圆环壳各纬圈 (平行圆) 曲率半径由外向里逐渐变小, 所以其他各纬圈纤维必然会发生不同程度的交错重叠, 厚度比无法确定, 直接由 (12) 式显然不能确定缠绕角。如果仔细去讨论其内部各处重叠层的具体情况, 不仅相当麻烦而且没有必要。实际上, 由于纤维连续缠绕, 则圆环壳各纬圈螺旋向和环向纤维层厚度应满足如下几何关系:

$$\begin{cases} h = \frac{(R+r)h_0}{R+r \cos \theta_0} \cdot \frac{\sin \theta_0}{\sin \theta} \\ h = \frac{(R+r)h_0}{R+r \cos \theta_0} \end{cases} \quad (14)$$

式中, h 、 h_0 可理解为环壳各纬圈的平均厚度。这样便从总体上描述了圆环面纤维层外薄内厚的厚度分布特征。但 (14) 式中含多个缠绕参数, 需结合其他关系式联立求解。

3.2 均衡缠绕角方程

由 (9)、(11)、(13)、(14) 联立可得纤维螺旋向加环向缠绕圆环壳既满足均衡型设计 (平衡型网格理论), 又满足几何特征 (外薄内厚) 的平衡方程组。解这个方程组, 可得螺旋向纤维缠绕角方程为:

$$\sin \theta = \frac{\sqrt{1 + 4A^2 B (B - 1)} - 1}{2AB} \quad (15)$$

$$\text{式中, } A = \frac{(R+r) \sin \theta_0}{(3R+2r) \cos^2 \theta_0 - (R+r)}$$

$$B = \frac{3R + 2r \cos \theta_0}{R + r \cos \theta_0}$$

欲实现均衡缠绕, 螺旋向线型应在曲面上选择一条满足 (15) 式的非测地线, 且应使纤维轨迹满足稳定缠绕条件。

3.3 壳体纤维应力分布特征

令 $K = \frac{\sigma_{\theta}}{\sigma_{\phi}}$, 可得

$$K = \frac{\sin \theta_0}{C \cdot \cos^2 \theta_0} = f(\theta_0, \theta) \quad (16)$$

$$\text{式中, } C = \frac{(R+r) \sin \theta_0}{(R+r \cos \theta_0) \cos^2 \theta_0}$$

这里引入 K 表示曲面上任一纬圈处纤维应力与最外圈纤维应力 σ_0 的比值 (应力比)。将 (15) 式代入 (16) 式可得应力比 K 是关于环面纬圈半径 $(R+r \cos \theta_0)$ 的增函数, 所以纤维应力是由环壳最内圈至最外圈沿纬度连续增大的; 又取 K 关于 $\theta_0 = 0$ 的极限得 $K = \frac{2R+r \cos \theta_0}{2R+r} \sigma_0$ 即可得:

$$\frac{2R+r \cos \theta_0}{2R+r} \cdot \sigma_0 \quad (17)$$

则当壳体达到爆破压强 p 时, 可令 $\sigma_0 = \sigma_{\text{fb}}$ 。这里 σ_{fb} 为纤维发挥强度, 具体确定方法见文献 [1]。

4 缠绕层整体结构优化设计

4.1 优化目标

在满足缠绕铺层的均衡型设计和曲面纤维的稳定缠绕前提下, 进行目标为缠绕层质量 $m = m_{\text{min}}$ 的优化设计是非常必要的。由微分几何及纤维连续性缠绕特点可得, 螺旋向纤维缠绕层体积和环向纤维缠绕层体积分别为:

$$\begin{cases} V = 2 (R+r) h_0 \sin \theta_0 \cdot \int_0^{\theta_0} \frac{r}{\sin \theta} d\theta \\ V = 4 \pi r (R+r) h_0 \end{cases} \quad (18)$$

对于单一纤维材料 (密度为 ρ), 缠绕层总质量为:

$$m = \rho \cdot 2 \pi r (R+r) \left(\int_0^{\theta_0} \frac{h_0 \sin \theta_0}{\sin \theta} \cdot d\theta + 2 h_0 \right) \quad (19)$$

式中 $\sin \theta$ 已由 (15) 式确定, 由平衡方程组亦可得出:

$$h_0 = \frac{D - \tan^2 \theta_0}{1 + \tan^2 \theta_0} \quad (20)$$

$$\text{式中, } D = \frac{2R+r}{R+r}$$

所以缠绕层质量 m 仅与初始缠绕角 α_0 和螺旋向纤维层厚度 h_0 有关,优化目标函数可表示为:

$$\min [m(\alpha_0, h_0)]$$

4.2 约束函数

圆环面上纤维稳定缠绕约束条件由 (4)、(7) 式给出,但两式均含有线型转角 α 。为便于优化,在程序中可先针对具体的均衡缠绕线型 (给定 α_0) 简化这两个约束条件,重新构成约束函数:

$$\begin{cases} \max \mu \\ (k_n)_{\max} < 0 \end{cases} \quad (21)$$

从壳体强度要求出发,通过对应力比的分析,可知最外圈纤维应力需满足:

由 (13) 式可解出 σ_{α_0} , 即得强度约束为:

$$\frac{pr}{2(h_0 + h_0)} \leq \frac{3R + 2r}{R + r} \sigma_{\alpha_0} \quad (22)$$

4.3 优化算法

在限定爆破压强下,针对一系列具体的螺旋向初始缠绕角 α_0 , 给出相应的均衡缠绕线型方程,进而以螺旋向缠绕层层厚 h_0 作为设计变量,纤维层总质量为优化目标,采用序列二次规划 (SQP) 算法进行优化,得到每步相应的最优层厚和质量,然后找出这些质量和初始缠绕角之间的关系,进而求得最优的初始缠绕角和最小质量。

SQP 算法的实质是将求解较困难的非线性约束问题转化为较易求解的序列二次规划子问题。其基本思想是在每个迭代点构造二次规划子问题,以这个子问题的解,作为迭代搜索方向,并沿该方向按照迭代格式进行一维搜索,使迭代序列最终逼近优化问题的解。大量实践表明,该方法在计算效率、精度以及解决问题成功的百分率等方面均优于其他方法。

5 算例

基于上述优化思想,笔者设计了纤维均衡缠绕圆环压力容器的线型优化程序 (计算框图见图 2)。并结合实际加工算例,建立整体优化的数学模型,得到了各项缠绕参数的优化结果。原始环形芯模尺寸 $R = 300 \text{ mm}$, $r = 100 \text{ mm}$, $\mu = 0.3594$ (表面打毛处理)。缠绕所用纤维发挥强度为 3.116 GPa , 圆环压力容器爆破压强 p 分别为 $10 \sim 90 \text{ MPa}$ 。优化设计均衡型缠绕应选取的螺旋向初始缠绕角和两向纤维层厚度,给出容器质量 ($\rho = 1.552 \text{ g/cm}^3$), 并预估爆破裂口位置。

将芯模参数输入优化程序, SQP 算法中采用 BFGS 变尺度法构造校正矩阵,其一维搜索技术采用二次插值法。

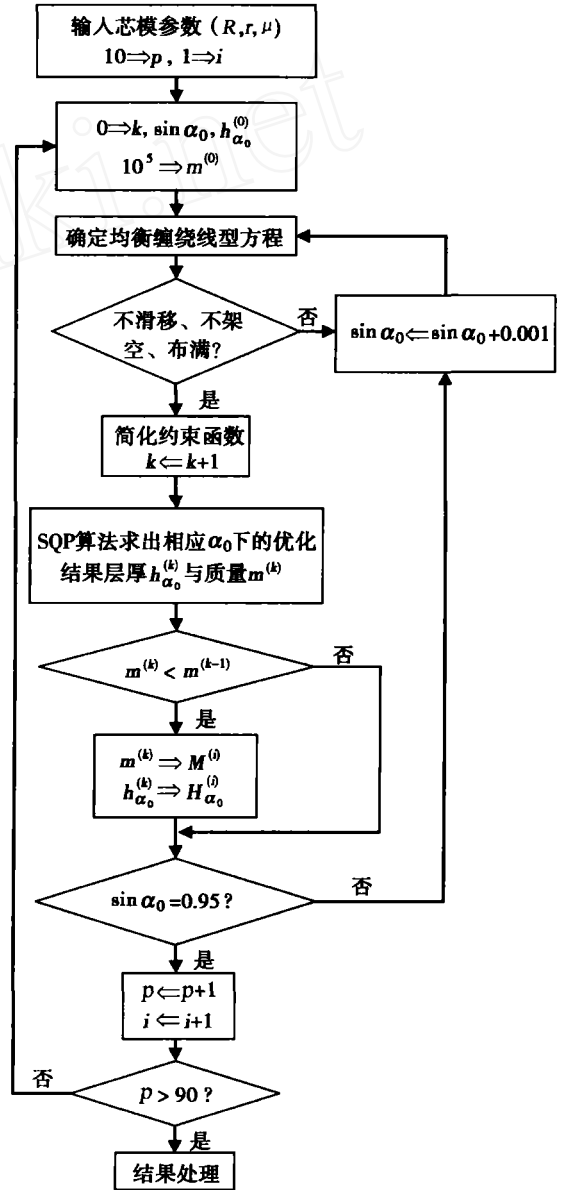


图 2 优化程序流程图

Fig 2 Optimum program flow chart

以 $p = 40 \text{ MPa}$ 为例, 相应缠绕角 α_0 下纤维层质量 m 的优化结果如图 3 所示。该步程序运行结果得到当 $\alpha_0 = 47.5871^\circ$, $h_0 = 1.4655 \text{ mm}$ 时为最优, 此时质量 m 取极小值 3.5426 kg , 由 (15) 式亦可确定 $h_0 = 0.3678 \text{ mm}$ 。一个周期内的优化线型如图 4 所示。

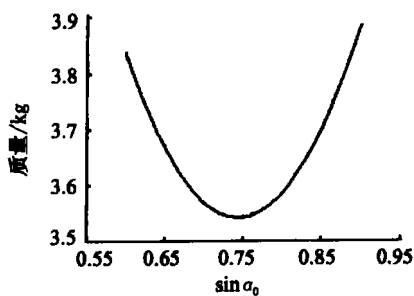


图 3 相应缠绕角下的优化质量分布
Fig 3 Optimum mass distribution curve at different winding angle

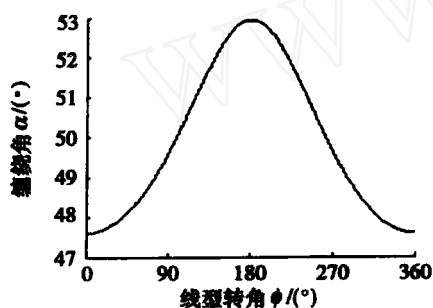


图 4 一个周期内的优化线型
Fig 4 Optimum patterns in one cycle

程序最后得到各项缠绕参数的优化结果随爆破压强 p 的变化规律 (表 1)。可见最优初始缠绕角 α_0 在 $37^\circ \sim 48^\circ$ 之间变化,不同缠绕层质量优化结果在 $1 \sim 10$ kg 之间,且随 p 逐渐增大。

表 1 不同爆破压强下各缠绕参数以及质量优化结果
Tab 1 Optimum parameters and mass under various burst pressure

| p/MPa | $\alpha_0/(\circ)$ | h_0/mm | h_0/mm | m/kg |
|----------------|--------------------|-----------------|-----------------|---------------|
| 10 | 38.5659 | 0.2726 | 0.1857 | 1.0857 |
| 20 | 42.6382 | 0.6519 | 0.3007 | 1.5713 |
| 30 | 46.1766 | 1.0428 | 0.3322 | 2.3570 |
| 40 | 47.5871 | 1.4655 | 0.3678 | 3.5426 |
| 50 | 47.4333 | 1.8212 | 0.4705 | 5.3283 |
| 60 | 46.2856 | 2.0939 | 0.6561 | 6.1139 |
| 70 | 43.5763 | 2.2223 | 0.9854 | 7.5996 |
| 80 | 40.7519 | 2.3234 | 1.3433 | 8.6853 |
| 90 | 37.0967 | 2.3578 | 1.7672 | 9.9709 |

由 (14) 式对应力比的分析可知:内压作用下圆环壳的破坏裂口一般应在外侧表面附近。由对壳体膜应力 (平均应力) 的分析可得:其周向平均应力超过纵向平均应力值的 $\frac{R}{R+r} \times 100\%$ 。对于我国目前

研制的环形压力容器,这个比值往往达到 60% 以上 (本例为 75%),故应是由周向拉应力引起的纵向破裂。

实际生产中利用上述优化结果得到了令人满意的容器质量和爆破强度。限定爆破压强为 80 MPa,对环形容器分别采用优化线型缠绕和传统线型缠绕,两者水压爆破实验测得的爆破压力分别为 83 MPa 和 84 MPa,均符合要求。而前者容器质量比后者轻 10% 左右。同时,爆破裂口位置和破坏形式也已被实验所证实。

6 结论

(1) 提出了纤维螺旋加环向均衡缠绕圆环壳的线型方程,进一步可以建立所有缠绕参数关于线型转角的连续函数表达式。

(2) 以稳定缠绕判据和壳体强度要求为约束条件,采用 SQP 算法对初始缠绕参数进行了优化,使圆环壳的质量最轻。

(3) 引入应力比,证明了内压作用下圆环壳的破坏裂口一般是由周向应力引起外侧表面的纵向破裂。

(4) SQP 算法具有超线性收敛速度及全局收敛性,可靠性好,能快速有效地解决复杂系统的优化问题,是纤维缠绕压力容器整体结构优化设计的行之有效的方方法之一。

参考文献

- 1 陈汝训. 纤维缠绕壳体设计的网格分析方法. 固体火箭技术, 2003; 26(1): 30 ~ 32
- 2 Krikanov A A. Composite pressure vessels with higher stiffness. Composite Structures, 2000; 48: 119 ~ 127
- 3 Robert Grande, James Harris, Michael Higgins. Composite overwrapped pressure vessels for space applications. SAMPE Journal, 2003; 39(2): 44 ~ 48
- 4 Liang C C, Chen H W, Wang C H. Optimum design of dome contour for filament-wound composite pressure vessels based on a shape factor. Composite Structures, 2002; 58: 469 ~ 482
- 5 陈汝训. 固体火箭发动机设计与研究 (下). 北京: 宇航出版社, 1992
- 6 刘锡礼, 王秉权. 复合材料力学基础. 北京: 中国建筑工业出版社, 1984
- 7 Carvalho J D, Lossie M, Vandepitte D et al. Optimization of filament-wound parts based on non-geodesic winding. Composites Manufacturing, 1995; 6(2): 79 ~ 84

(编辑 李洪泉)