

# 三维编织体典型结构拓扑分析

马忠辉 孙 秦

( 西北工业大学飞机系 西安 710072 )

**文 摘** 详细分析了三维四步法  $1 \times 1$  编织预制件的细观结构特征,并以此为基础对纱线的空间几何形态进行详尽的数学描述,提出了细观力学代表单元分析模型。与现有分析模型相比,该模型更准确地描述了纱线弯曲形态及各纱线间的空间位置关系,为后续材料的各种性能的分析奠定了基础。

**关键词** 细观力学,复合材料,三维编织,代表单元

## Analysis for Representative Structure of Three-dimensional Composite

Ma Zhonghui Sun Qin

( Northwest Polytechnic University Xi'an 710072 )

**Abstract** A representative volume (REV) of three-dimensional braided composite produced by four-step  $1 \times 1$  braiding is developed through careful analysis of braiding procedure and yarn moving tracks, which is described mathematically. This REV model spurns previous oversimplifying assumption of straight yarn track and takes much more consideration for space position and moving relationship of the yarns.

**Key words** Meso-mechanic, Composite material, Three-dimensional braiding, Representative volume (REV)

### 1 引言

三维复合材料具有广泛的应用前景,已在汽车、航空、航天等工程领域得到了初步的应用,同时在其它领域也具有很大的应用潜能,因而受到广泛关注。三维编织技术是国外 80 年代初发展起来的新型技术,是用来制造复合材料预制件的新兴工艺。伴随着这一先进复合材料的产生与广泛应用,用科学的方法对其各种性能进行分析成为实现其性能优化的重要基础,也是进一步发展应用的关键。细观力学方法从组分材料的性能(如纤维、基体性能)、纤维与基体界面及纤维几何构形的分析中得到材料有效力学性能即材料宏观力学性能,成为分析具有复杂结构特点的编织复合材料性能的重要方法。这一方法

的关键技术之一就是准确地给出代表单元模型。自 20 世纪 80 年代初 Frank Ko 首次提出“纤维构造”这一术语以来,许多学者从不同的角度分析了三维编织体的几何构造,提出了不同的分析模型,如纤维倾角模型<sup>[1,2]</sup>、3cell 分析模型<sup>[3]</sup>、对角线模型<sup>[4~6]</sup>等,这些分析模型都在不同程度上对编织体实际结构进行了简化。本文采用拓扑分析的方法对三维四向  $1 \times 1$  编织体的细观结构进行分析,给出代表单元模型,并进行详细的参数描述。

### 2 编织预制件细观结构分析及代表单元选取

在四步法编织过程中纱线由携纱器携带,携纱器的移动实现纱线的相互扭结缠绕形成编织体<sup>[7]</sup>。携纱器规律性的循环运动致使编织体内纱线的空间

收稿日期:2002-01-30;修回日期:2002-06-10

马忠辉,1977 年出生,博士研究生,主要从事材料力学性能的研究工作  
宇航材料工艺 2002 年 第 5 期

位置、几何形态都遵循一定规律,但纱线之间的相互缠绕、挤压、摩擦等作用造成编织体细观结构随机性的小波动,因此不可能准确的对其进行数学描述。为了分析编织体预制件细观结构,本文提出了如下基本假设:(1)至少在一定的长度内编织工艺稳定,以保证编织结构的均匀一致性;(2)预制件内部编织纱线的横截面为圆形且均衡;(3)纱线材料相同,横截面积相同,纱线填充因子恒定;(4)纱线与基体的界面完好。

编织体内部区域纱线空间位置关系如图 1 所示。根据纱线相互缠绕的特点本文将纱线描述为经过控制点的圆弧线,控制点设在携纱器变换运动方向的关节点之间<sup>[8]</sup>。各段圆弧在控制点处相切,连接成连续的曲线(如图 2),它模拟了内部一根纱线随携纱器运动的空间运动轨迹,A、B、C 等点在平面内的投影点表征了携纱器所在位置。图 3 中 T、S 点为控制点,用弯曲半径 R 表征纱线的弯曲程度。纱线由于相互挤压发生弯曲,经过控制点时弯曲方向发生改变,但纱线整体沿对角线方向运动。三维编织预制件是由沿四个对角线方向分布的纱线组成的空间纤维网络结构。纱线弯曲程度以及编织体内纱线空间结构形态取决于打紧程度、相关编织工艺参数以及纱线几何参数,但纱线轨迹始终通过控制点。

四步法编织体分为三个部分:内部区域、表面区域及棱角<sup>[3]</sup>,所以在一个方体模型内不可能将三部分的结构特征都加以描述。通过分析可以看出,表面和棱角上的纱线对于整体结构的贡献相对较小,内部纱线占整体纱线的比例由携纱器的行、列决定。陈利<sup>[9]</sup>和 R. Pandey<sup>[10]</sup>都对此进行了分析,虽然由于分析的角度及简化形式不同,分析结果并不完全相同,但两者都说明在编织结构中内部区域占主导,并随着编织纱线行列数增加而加大。因此目前绝大多数分析模型都以内部区域替代整体结构,本文也采用这种简化形式。

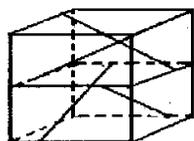


图 1 纱线空间位置

Fig. 1 Location and orientation of yarns

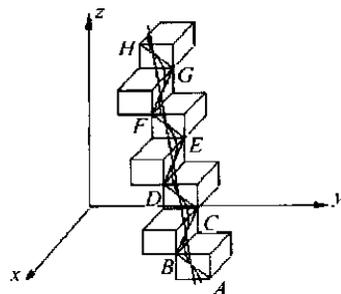


图 2 单根纱线运动轨迹

Fig. 2 A single yarn trace

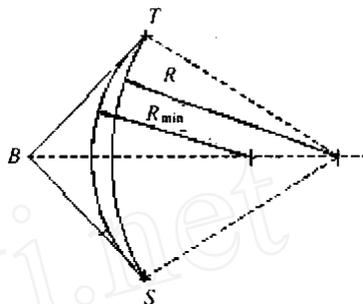


图 3 纱线弯曲形态

Fig. 3 Yarn shape

编织工艺过程显示每经过 4 步运动后都会呈现相同的纱线分布规律,因此代表单元内最少包含纱线的 4 步运动。在垂直于 z 轴的横截面内的纱线分布是有规律的,但在每个机器循环内,不同位置的横截面内纱线分布的规律不同,所以选取的起点不同将得到无穷多种不同的代表单元模型。无论怎样选取代表单元,它都必须能够有机的组合成三维编织预制件。按照这一原则,并以上述对编织体细观结构分析为基础,本文提出的代表单元模型如图 4 所示。

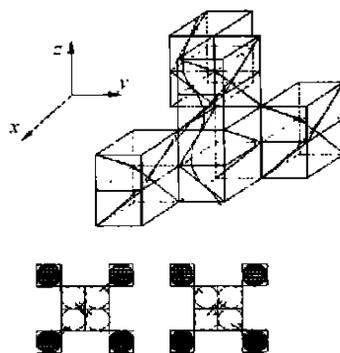


图 4 代表单元模型

Fig. 4 Representative volume (REV)

代表单元内包含 4 组连续的弯曲纱线,分别沿四个对角线分布,在横截面内代表单元占四根纱线所在面积。将代表单元在空间堆砌便可以组成完整的编织体。

### 3 代表单元的数学描述

从单元模型图 4 可以看出,单元内部纱线几何形态十分复杂。为了能对代表单元进行清晰的数学描述,在单元内建立三套坐标系,如图 5 所示。坐标系  $O_1 x_1 y_1 z_1$  表征代表单元的整体坐标系,它与各纤维的分布没有关系。坐标系  $O_2 i x_{2i} y_{2i} z_{2i}$  分别表征了编织结构中纤维的整体形态,各纱线轨迹中心线位于相应坐标系的  $x_{2i} y_{2i}$  面内。 $x_{2i} y_{2i}$  面的确定由各工艺参数决定。纤维上的局部坐标系定义为  $O_3 x_3 y_3 z_3$ ,它表征纤维每一点上局部坐标方向。根据代表单元内纱线的几何结构特征,用 16 根圆弧分别表示各段纱线,并分别在 16 个  $O_2 i x_{2i} y_{2i} z_{2i}$  坐标系内加以描述,如图 6 所示。

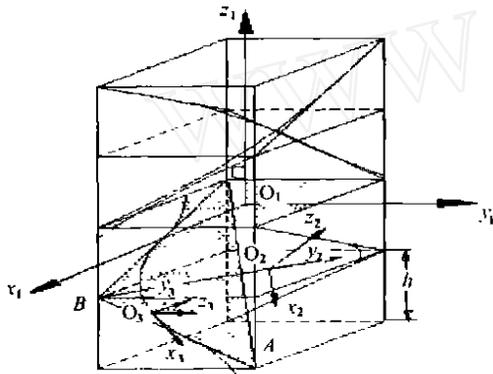


图 5 坐标系选取

Fig. 5 Coordinate in REV

$x_2, y_2$  取值范围为

$$\left\{ \begin{array}{l} x_2 \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} d \sqrt{h^2 + \frac{l^2}{2}}}{l} \\ \frac{d}{\sqrt{2} - d} \sqrt{R^2 - \left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2} d\right]^2 \left[h^2 + \frac{l^2}{2}\right]} \end{array} \right. \quad y_2 \quad R \frac{d}{\sqrt{2} l - d}$$

公式中  $d$  为纱线直径,  $h$  为携纱器单步运动形成编织体高度。代表单元在  $xy$  截面内形态如图 7 所示,它显示了一般状态时截面纱线分布特点。 $H$  为两对角纱线中心点的距离的一半,  $H_{\min}$  的取值由  $h$  确

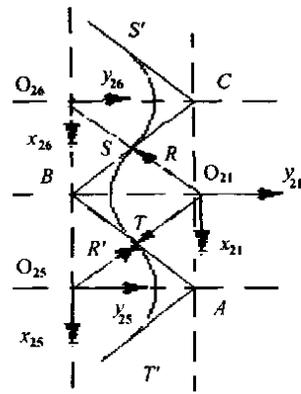


图 6 纱线形态描述

Fig. 6 Description of yarn shape

$TT$  与  $TS$  分别为半径不同的两段圆弧,在  $T$  处相切。从图 6 中可以看出,三段圆弧轨迹位于同一平面内,但分别在三个  $O_2 i x_{2i} y_{2i} z_{2i}$  坐标系内加以描述,这样处理是为了使纱线的数学表达式较简单,利于后续各种性能分析。图 6 中各段弧线具体数学表达式为:

弧线  $TS$   $x_2^2 + y_2^2 = R^2$  (1)

取值范围为

$$\left\{ \begin{array}{l} x_2 \frac{\left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2} d\right] \sqrt{h^2 + \frac{l^2}{2}}}{l} \\ -R \quad y_2 \quad -R + \sqrt{R^2 - \frac{\left[1 - \frac{\sqrt{2}}{2} d\right]^2 \left[h^2 + \frac{l^2}{2}\right]}{l^2}} \end{array} \right.$$

弧线  $TT, SS$   $x_2^2 + y_2^2 = R^2 \left(\frac{d}{\sqrt{2} l - d}\right)^2$  (2)

定,其对应于给定的  $h$  单元内纤维不发生堆积时的最小的两纱线中心点的距离的一半。 $l$  是以  $H$  为对角的正方形的边长。 $l_{\min}$  对应于  $H_{\min}$ 。 $H$  值确定后代表单元在  $xy$  面内的边长  $l_j$  由  $R$  的取值确定。

各参数计算公式如下：

$$R_{\min} = \sqrt{2} \times \left[ h^2 + \frac{l_{\min}^2}{2} \right] (h^2 + l_{\min}^2) \left( l_{\min} - \frac{\sqrt{2}}{2} d \right) / l_{\min}^2 \quad (3)$$

$$H_{\min} = d \frac{\sqrt{2} h}{8 \sqrt{h^2 - d^2/4}} \quad (4)$$

$$l_{\min} = \sqrt{2} H_{\min} \quad (5)$$

$$l_j = 1 + \sqrt{2} \left[ \frac{d}{2} + mn \frac{d}{\sqrt{2}l - d} - R \frac{d}{\sqrt{2}l - d} \right] + 2 \left[ \sqrt{\left( \frac{2Hd}{h} \right)^2 + \frac{d^2}{4}} + \frac{\sqrt{2}(1 - \sqrt{2}) dH}{h} \right] \quad (6)$$

其中

$$mn = \sqrt{R^2 - \left( l - \frac{\sqrt{2}}{2} d \right)^2 \left( h^2 + \frac{l^2}{2} \right)} / l^2 \quad (7)$$

$$H = \sqrt{2} \frac{W_y}{n} \quad (8)$$

$W_y$  为编织体厚度,  $n$  为携纱器列数。

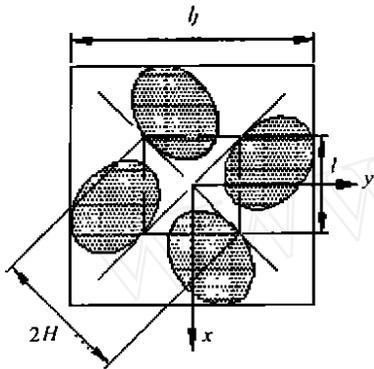


图7 xy 截面内纱线形态

Fig. 7 xy cross section of REV

#### 4 单元模型对比分析

将本文提出的代表单元与现有单元模型进行分析比较,纤维倾角模型(见图8)<sup>[1,2]</sup>是以修正的经典层合板理论为基础,对编织体的真实结构特征进行了大手笔的简化,在织物同一层上所有的单胞结构中的平行于一个对角线的纱线被看成是一个倾斜的层板或水平层板。虽然这一模型良好地继承了经典层合板理论,但是由于对纤维形态的过于简化不能够反映出编织体内纱线的几何特征。对角线模型(见图9)<sup>[4~6]</sup>中的纱线分布于四方体的对角线上,体现了编织体内纱线的分布特征。模型(a)将纱线描述为直线,为了不发生纤维堆积,假设纤维在单元中心形成理想交叉,这给后续性能分析带来困难。模型(b)用样条曲线描述纱线,只模拟了纱线的弯曲状态,却不能反映纱线弯曲特征,而且模型所在空间

内两个对角线方向的纤维缠绕在一起,从图1可以看出,这不符合纱线实际空间分布特点。本文所提出的代表单元模型以对编织过程的分析为基础,将纱线描述为经过控制点的圆弧线,更能够准确地描述纱线相互缠绕的特点。模型中沿两对角线方向的纱线缠绕分别在两个空间内,更符合编织体内纱线的空间分布特点。与现有分析模型相比本文提出的代表单元模型更准确地表征了编织体细观结构特征。

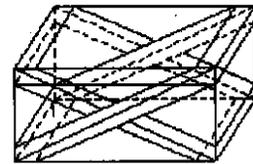


图8 纤维倾角模型

Fig. 8 Fiber inclination model

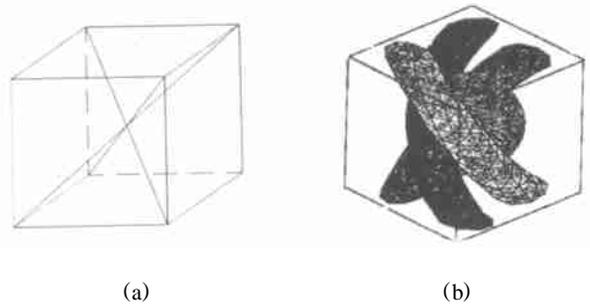


图9 对角线模型

Fig. 9 Diagonal model

#### 5 结论

将宏观力学与细观力学相结合成为深入研究复合材料力学问题的重要途径,复合材料细观力学的任务之一就是建立合理的细观力学模型。本文提出了更为合理的分析模型,应用提出的代表单元模型,通过继续分析与计算复合材料各组成相的力学性能、几何形状以及分布参数,可以建立复合材料宏观性能同其组分材料性能及其细观结构间的定量关系。

宇航材料工艺 2002年 第5期

系,并揭示复合材料结构在一定工况下的相应规律及其本质,为实现编织复合材料的优化设计提供了理论基础。

### 参考文献

- 1 孙慧玉,吴长春. 三维编织复合材料面内刚度和强度性能研究. 复合材料学报, 1988;15(4):102~106
- 2 Yang J M, Ma CL, Chou T W. Fiber inclination of three-dimensional structural composites. Journal of Composite Material, 1986;20(9):472~484
- 3 吴德隆,郝兆平. 五向编织复合材料的分析模型. 宇航学报, 1993;14(3):40~51
- 4 Kalidindi Surya R, Eric Franco. Numerical evaluation of isostrain and weighted-average models for elastic moduli of three-dimensional composite. Composite Science and Technology, 1997;57:293~306

- 5 庞宝君,杜善义,韩杰才. 三维四向编织复合材料微观组织及分析模型. 复合材料学报, 1999;16(3):135~139
- 6 刘振国,卢子兴,陆萌等. 三维四向编织复合材料剪切性能的数值预报. 复合材料学报, 2000;17(2):66~69
- 7 Soheil Mohajerjasi. Predictions for coefficients of thermal expansion of three-dimensional braided composites. AIAA, 1997;35(1):141~144
- 8 Pandey R, Hahn H T. Visualization of representative volume elements for three-dimensional four-step braided composites. Composite Science and Technology, 1996;56:161~170
- 9 陈利,李嘉禄等. 三维编织预制件的纱线编织结构. 复合材料学报, 2000;17(3):1~5
- 10 Pandey R, Hahn H T. Designing with 4-step braided fabric composites. Composite Science and Technology. 1996;56:623~634

(编辑 马晓艳)

---

(上接第 24 页)

bonded reinforcements. Int. J. Solids Struct., 1981;17:827~838

- 26 Zhu C, Lam Y C. Analysis of one side repair to a cracked thick plate. In: Proceedings of international conference on fracture, ICF-9, 1997:595~602
- 27 Schubbe J J, Mall S. Investigation of a cracked thick aluminum panel repaired with a bonded composite patch. Engineering Fracture Mechanics, 1999;63:305~323
- 28 Young A, Rooke D P, Cartwright D J. Numerical study of balanced repairs to cracked sheets. Aero. J., 1989;93:327~334
- 29 Liu T, Fan W. Analysis for an adhesively bonded finite strip repair to a cracked plate. Engng. Fract. Mech., 1994;47:629~637
- 30 Chaudhry Z etc. Monitoring the integrity of composite patch structural repair via piezoelectric actuators/sensors. In: Proceedings of AIAA/ASME/AHS/ASC 36<sup>th</sup> SDM conference, New Orleans, LA, 1995;4:2243~2248

- 31 Chiu W K etc. Smart structure application in bonded repairs. Composite Structures, 2000;50:433~444
- 32 Backukas J etc. Engineering approach to damage tolerance analysis of fuselage skin repairs. DOT/FAA/AR-95/75, 1995
- 33 Finn S R etc. Compressive strength of damaged and repaired composite plate. Journal of Composite Materials, 1992;26(12):1796~1824
- 34 John S J etc. Measuring and predicting the durability of bonded carbon fibre/epoxy composite joint. Composites, 1991;22(2):121~127
- 35 Ahn S H etc. Repair of composite laminates: models. Journal of Composite Materials, 1998;32(11):1076~1114
- 36 Hu F Z, Soutis C. Strength prediction of patch-repaired CFRP laminates loaded in compression. Composite Science and Technology, 2000;60:1103~1114

(编辑 李洪泉)