

# 基于微胞体划分的三维编织复合材料有效力学性能分析

洪平 孙良新 董纪伟

(南京航空航天大学航空宇航学院,南京 210016)

**文 摘** 对三维编织复合材料的编织工艺和材料细观结构进行了深入的分析,提出一种微胞体划分技术,细观结构复杂的单胞体被划分为两类结构简单的微胞体有规则的集合;对每类微胞体分别求出其各自的等效弹性性能,不同的微胞体在有限元分析中被认为是不同的均质材料,建立了基于微胞体划分技术下的三维有限元分析方法;对三维四步 1 ×1 矩形编织复合材料的有效力学性能进行了预测,结果与实验吻合较好。

**关键词** 微胞体,等效弹性模量,编织复合材料

## Analysis on Effective Mechanical Properties of 3D Braided Composites Based on Micro Cell

Hong Ping Sun Liangxin Dong Jiwei

(College of Aerospace Engineering, NUAU, Nanjing 210016)

**Abstract** On the basis of braided procedure, yarn moving tracks and analysis of microstructure of 3D braided composites, a new method of dividing micro cell to calculate effective mechanical properties is suggested. The unit cell is formed regularly by two kinds of micro cell whose microstructures are very simple. The effective elastic properties of micro cell are calculated. Each different micro cell is regarded as homogeneous solid. Based on the method, the finite element method is established. The effective mechanical properties of four step 1 ×1 rectangle 3D braided composites are predicted. A comparison between theoretical and experimental results shows that this method can reasonably predict effective mechanical properties of 3D braided composites.

**Key words** Micro cell, Effective elastic properties, Braided composites

### 1 引言

三维编织复合材料是 20 世纪 80 年代国外由二维编织技术发展起来的一种新型复合材料,它不仅具有一般层合复合材料的优点,还具有不分层、抗损伤、可设计性好等诸多优点,因而在许多结构尤其是在航天结构中得到广泛的使用。

在三维编织复合材料的设计和制造中,准确地

预测材料的力学性能是实现三维复合材料结构优化的保证。为此近年来人们在细观结构与宏观性能之间的关系上进行了长期的探索,并取得了一定成果。如基于经典层合板理论的纤维倾斜模型<sup>[1]</sup>,基于材料单胞应变能分析基础上的弹性应变能方法<sup>[2]</sup>,根据编织材料的细观结构提出的三胞体模型<sup>[3]</sup>等。随着计算机技术的迅速发展,通过建立与细观结构

收稿日期:2004-12-31;修回日期:2005-02-02

基金项目:国家自然科学基金项目(50275074)和航空科学基金项目(01B52007)

作者简介:洪平,1966年出生,博士研究生,主要从事编织复合材料的几何细观结构和强度分析的研究工作

相符的有限元模型进行数值计算来预报三维编织复合材料的力学性能研究也日益增多,如 Li Chen 的有限多相单元模型<sup>[4]</sup>、庞宝君的混合单元模型<sup>[5]</sup>、刘振国建立在“米”字型内胞结构上的有限元分析<sup>[6]</sup>。但是由于该类材料复杂的细观结构,现有的有限元方法很难实现基于其细观结构真实的计算机模拟,也给以后的应力及强度分析带来了很大的困难。因此,本文提出一种微胞划分技术,按三维编织复合材料的编织工艺特点将三胞体模型中单胞划分为更小的结构简单的微胞体,对其进行细观分析,得出其有效弹性模量,然后对由各微胞构成的单胞体进行整体有限元分析,得出其宏观力学性能。

## 2 微胞体的划分

有限元方法中,由于三维编织复合材料细观结构非常复杂,通常取材料的代表性单元即单胞进行分析。目前一般将其视为由三种单胞体重复排列构成,即内胞、角胞和面胞,由于内胞所占比例较大,进行等效弹性性能分析时,常以内胞为分析对象,认为其结果代表三维编织复合材料的力学性能。以四步法 1×1 矩形编织复合材料为例,每四步一个机器循环,因此通常代表性单元取一个机器循环,其内胞结构见图 1,可以看出,结构仍相当复杂。

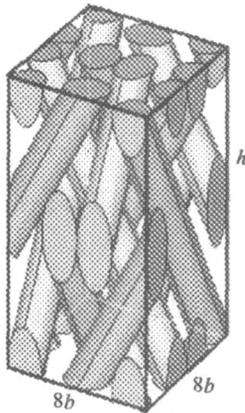


图 1 三维编织复合材料单胞计算机仿真图

Fig 1 Microstructure of 3D braided composites unit cell

由于考虑到编织过程中底盘每步都是极有规律的相互垂直运动,因此本文将编织过程中的一步作为一个单元体进行划分,则内胞可划为 64 个如图 2 所示结构简单的两类微胞体,考虑到其空间排列方位不同,其在内胞中的分布形式如图 3 所示。A 类

单胞只含一根纤维束,由于在不同的空间位置上纤维方向不同,四向编织复合材料纤维束有四个方向,故按空间位置分  $A_1$ 、 $A_2$ 、 $A_3$ 、 $A_4$  四种,只要能求出其中一个微胞体的等效弹性模量,则其余三种微胞体可视为前一种微胞体绕编织轴旋转  $90^\circ$ 、 $180^\circ$ 、 $270^\circ$  而成,其等效刚度矩阵可用转轴公式求出。B 类单胞含两根纤维束,也只有四种不同组合形式,同样按空间位置分为四种,其等效刚度矩阵求法同 A 类胞体。

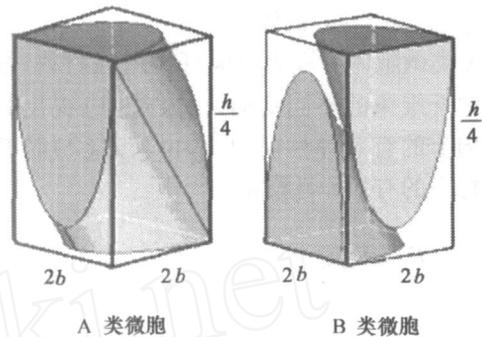


图 2 微胞体细观结构图

Fig 2 Microstructure of micro cell

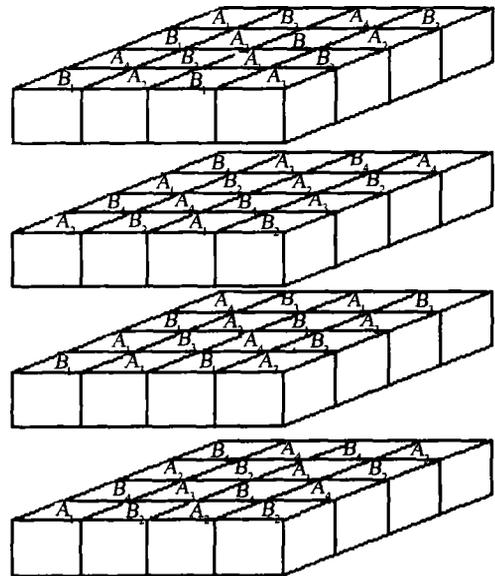


图 3 微胞在单胞中的空间分布图

Fig 3 Distribution of micro cell

## 3 微胞体有效弹性张量的计算

微胞的细观结构见图 2,纤维束横截面采用与

实际更接近的椭圆<sup>[7-8]</sup>,由三维编织复合材料细观结构分析可知,纤维束长轴  $a$  与短轴  $b$  几何关系为:  $a = b\sqrt{3}\cos\theta$ , 其中  $\theta$  为内部编织角,微胞体为长方体,其几何尺寸的长宽为  $2b$ ,高为  $2b/\tan\theta$ 。进一步分析可得,A类微胞体纤维体积分数  $V_f = \frac{1}{8}(2\sqrt{3} - 4)$ ; B类微胞体纤维体积分数  $V_f = 0.5$ , 为纱线填充因子  $\phi = \frac{D_y^2}{4}ab$ , 式中  $D_y$  表示编织纱线的等效直径,  $D_y = \sqrt{4/(D_v)}$ , 其中  $D_v$  是编织纱线的线密度,  $D_v$  是编织纱线的体积密度。

A类微胞体可视为单向纤维增强材料,根据微胞体中纤维束的不同走向,由公式(1)得出其在正轴方向上的有效弹性模量<sup>[9]</sup>,由公式(2)转换为整体坐标下的有效弹性模量。

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= V_f E_{f11} + (1 - V_f) E_m \\ E_2 &= E_3 = \frac{E_m}{1 - \sqrt{V_f}(1 - E_m/E_{f22})} \\ G_{12} &= G_{13} = \frac{G_m}{1 - \sqrt{V_f}(1 - G_m/G_{f12})} \\ G_{23} &= \frac{G_m}{1 - \sqrt{V_f}(1 - G_m/G_{f23})} \\ \mu_{12} &= \mu_{13} = V_f \mu_{f12} + (1 - V_f) \mu_m \\ \mu_{23} &= \frac{E_2}{2G_{23}} - 1 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$C_{abcd} = C_{ijkl} l_{ia} l_{jb} l_{kc} l_{ld} \quad (2)$$

式中,  $C_{abcd}$  是微胞在整体坐标系下的有效弹性张量,  $C_{ijk}$  是正轴方向上的弹性张量,  $l_{ia} l_{jb} l_{kc} l_{ld}$  是沿正轴方向建立的局部坐标系与整体坐标系下的夹角余弦。B类微胞体由体积相同而增强纤维方向不同的两个单向纤维复合材料组成,由式(1)得到各自方向上的弹性模量,由公式(3)得到 B类微胞体的有效弹性模量:

$$C_{abcd} = \sum_{n=1}^2 \frac{1}{2} C_{ijkl}^{(n)} l_{ia} l_{jb} l_{kc} l_{ld} \quad (3)$$

#### 4 单胞有限元分析

对由微胞体构成的单胞,采用规则的六面体等

参单元,见图 4。

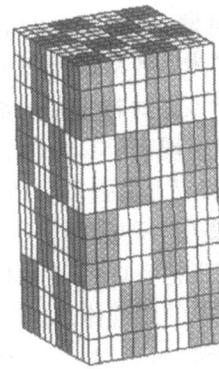


图 4 单胞单元划分  
Fig 4 Unit cell mesh

不同的微胞体在有限元分析中被认为是不同的均质材料,分别用各自的弹性矩阵代入,以  $C_A$ 、 $C_B$  分别表示 A、B 类的弹性矩阵,用  $K_A$  和  $K_B$  分别表示其单元刚度矩阵,式中  $H_i H_j H_k$  为权系数,  $J$  为雅可比矩阵,  $N_i$ 、 $N_j$ 、 $N_k$  为三个积分方向上高斯点个数。

$$\begin{aligned} K_A^e &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 B^T C_A B |J| d d d \\ &= \sum_{i=1}^{N_i} \sum_{j=1}^{N_j} \sum_{k=1}^{N_k} H_i H_j H_k B^T C_A B |J| \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} K_B^e &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 B^T C_B B |J| d d d \\ &= \sum_{i=1}^{N_i} \sum_{j=1}^{N_j} \sum_{k=1}^{N_k} H_i H_j H_k B^T C_B B |J| \end{aligned} \quad (5)$$

假定复合材料纤维和基体的细观应力场为  $\sigma_{ij}$ , 应变场为  $\epsilon_{ij}$ , 按体积求平均值:

$$\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V_V} \int \sigma_{ij} dV; \quad \bar{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{V_V} \int \epsilon_{ij} dV \quad (6)$$

则  $D_{ijkl}^*$  即为此复合材料的等效弹性模量,它是一个对称的方阵。

在计算复合材料有效模量时,为避免在等效体内产生非均匀的应力、应变场,本文对单胞施加均匀应变边界条件:

$$u_i(s) = \bar{\epsilon}_{ij} x_j \quad (8)$$

由(8)式可得出计算模型边界节点上的位移,以此作为有限元分析的位移边界条件,此时的名义均匀应变场为  $\bar{\epsilon}_{ij}$ 。由复合材料细观力学可知  $\bar{\sigma}_{ij}$  即

为该胞体的应力体积平均值  $\bar{\sigma}_{ij}$ 。取六组独立的均匀应变边界条件,通过有限元计算,由(9)式分别求出对应的六组应力体积平均。

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{ij} &= \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij} dV \\ &= \frac{1}{V} \sum_{e=1}^N \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sigma_{ij} |J| d d d \\ &= \frac{1}{V} \sum_{e=1}^N \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 H_i H_j H_k \sigma_{ij} |J| \end{aligned} \quad (9)$$

$N$ 是总的单元个数,由本构关系式(7)可求出  $D_{ijk}^*$ 。将(7)式以简缩形式表达为:

$$\bar{\sigma}_i^k = D_{ij}^k \bar{\epsilon}_j^k \quad (i, j, k=1, 2, \dots, 6) \quad (10)$$

式中,上标  $k$ 表示第  $k$ 组均匀应变边界条件,为方便计算,本文取

$$\delta_{jk} = \begin{cases} 1 & j=k \\ 0 & j \neq k \end{cases} \quad (i, j=1, 2, 3)$$

式中,  $\delta_{jk}$ 为 Kronecker 符号;  $\delta_{jk}$ 为常数,取  $\delta_{jk} = 0.01$ 。以其中第一组均匀应变边界条件为例,有限元分析中施加均匀应变边界条件如图 5 所示:

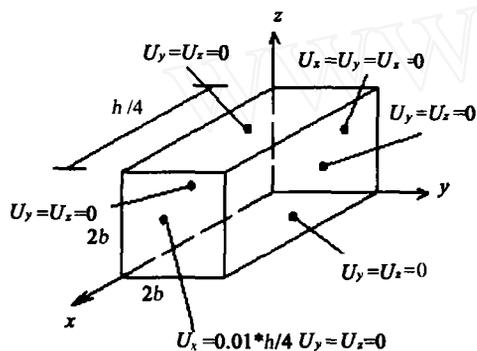


图 5 等应变边界条件示意图

Fig 5 Prescribed displacement boundary condition

$$\begin{aligned} \bar{\epsilon}_x^1 &= \bar{\epsilon}_y^1 = 0.01; \bar{\epsilon}_z^1 = 0; \\ \bar{\epsilon}_y^2 &= \bar{\epsilon}_x^2 = 0; \bar{\epsilon}_z^2 = 0; \\ \bar{\epsilon}_z^3 &= \bar{\epsilon}_x^3 = 0; \bar{\epsilon}_y^3 = 0 \end{aligned}$$

求出相应的平均应力  $\bar{\sigma}_i^k$ ,由(10)式求出相应的  $D_{ik}^*$ ,见公式(11):

$$\begin{aligned} D_{11}^* &= \frac{1}{\delta_{xx}} \bar{\sigma}_x^1; D_{21}^* = \frac{1}{\delta_{yy}} \bar{\sigma}_y^1; D_{31}^* = \frac{1}{\delta_{zz}} \bar{\sigma}_z^1; \\ D_{41}^* &= \frac{1}{\delta_{yz}} \bar{\sigma}_{yz}^1; D_{51}^* = \frac{1}{\delta_{xz}} \bar{\sigma}_{xz}^1; D_{61}^* = \frac{1}{\delta_{xy}} \bar{\sigma}_{xy}^1 \end{aligned} \quad (11)$$

依次分别施加其它 5 组均匀应变边界条件,可得出对应的  $D_{ik}^*$ ,进而计算出单胞的等效弹性矩阵。

## 5 算例

用上述方法对文献[4]的三种碳纤维环氧树脂基的三维编织复合材料进行计算,其纤维和树脂的材料常数见表 1,试样的细观结构参数见表 2。用本文的方法对上述试件进行计算,与实验和文献[4]的计算结果比较见表 3

表 1 纤维和树脂的力学性能

Tab 1 Materials properties

材料	$E_{11}$ /GPa	$E_{22}$ /GPa	$G_{12}$ /GPa	$G_{23}$ /GPa	$\nu_{12}$
碳纤维	230	40	24	14.3	0.25
树脂	3.5				0.35

表 2 试样的细观结构参数

Tab 2 Structural parameters of 3D braided composites

试样号	编织角 /(°)	纤维体积分数 /%	试样尺寸 /mm
1 <sup>#</sup>	19	46.6	20 × 6 × 250
2 <sup>#</sup>	30	47.2	20 × 6 × 250
3 <sup>#</sup>	37	47.1	20 × 6 × 250

表 3 有效模量结果比较

Tab 3 Comparison of effective elastic constants

试样数据来源 <sup>1)</sup>	$E_{11}$ /MPa	$E_{22}$ /MPa	$E_{33}$ /MPa	$G_{12}$ /GPa	$G_{13}$ /GPa	$G_{23}$ /GPa	$\nu_{12}$	$\nu_{13}$	$\nu_{23}$
实测	54.47						0.72	0.69	
1 <sup>#</sup> FEM	54.16	8.33	8.34	8.85	8.41	3.08	0.69	0.67	0.31
本文	54.35	9.05	9.07	9.25	9.12	3.6	0.65	0.64	0.27
实测	27.6						0.78	1.00	
2 <sup>#</sup> FEM	24.24	8.2	8.33	13.18	12.34	6.09	0.70	0.66	0.3
本文	25.03	9.10	9.13	11.89	11.87	5.54	0.68	0.67	0.26
实测	18.05						0.80	0.72	
3 <sup>#</sup> FEM	17.65	8.33	8.59	13.55	12.41	8.09	0.61	0.54	0.35
本文	19.50	10.21	10.25	14.10	13.90	7.35	0.66	0.65	0.24

注:1) FEM为文献[4]的计算结果;本文是指本文方法的计算结果。

从表 3 结果显示:预测的结果与实验结果较吻合,本文计算方法简单但可以达到 FEM 的预测精度。

## 6 结论

利用微胞划分技术,一个由完整的编织循环所构成的复杂的单胞体可以进一步细化为多个结构简单的符合实际微观结构微胞体,使三维编织复合材料的有效弹性模量的有限元计算简单,且具有细观有限元分析的精度,方便进一步进行材料的应力分布研究及三维编织复合材料的失效判断。

## 参考文献

- 1 Yang J M, Chou T W et al. Fiber inclination model of three dimension textile structural composites. *Journal of Composite Materials*, 1986; 20 (5): 472 ~ 484
- 2 Ma C L, Yang J M, Chou T W. Elastic stiffness of three-dimensional textile structural composites. *Composite Materials: Testing and Designing*, ASTM STP 893, 1986: 404 ~ 421
- 3 Wu D L. Three-cell model and 5D braided structural composites. *Composites Science and Technology*, 1996; 56 (3):

225 ~ 233

- 4 Chen L, Tao X M, Choy C L. Mechanical analysis of 3-D braided composites by the finite multiphase element method. *Composites Science and Technology*, 1999; 59 (16): 2 383 ~ 2 391
- 5 庞宝君,曾涛,杜善义. 三维多向编织复合材料有效弹性模量的细观力学分析. *计算力学学报*, 2001; 18 (2): 231 ~ 234
- 6 刘振国,陆萌等. 三维四向编织复合材料弹性模量数值预报. *北京航空航天大学学报*, 2000; 26 (2): 182 ~ 185
- 7 李嘉禄,刘谦. 三维编织复合材料中纤维束横截面形状的研究. *复合材料学报*, 2001; 18 (2): 9 ~ 13
- 8 Chen L, Tao X M, Choy C L. On the microstructure of three-dimension braided performs. *Composites Science and Technology*, 1999; 59 (3): 391 ~ 404
- 9 Chamis C C. Mechanics of composites materials: past, present, and future. *Journal of Composites Technology and Research*, 1989; 11 (1): 3 ~ 14

(编辑 李洪泉)

# 印刷线路板铅锡合金镀覆层

印刷线路板镀覆层,有金、银、光亮铅锡合金和不光亮铅锡合金镀层。金镀层造价高,目前只在插头上使用;银镀层易氧化变黑,也很昂贵,已逐渐被淘汰,而以铅锡镀层取而代之。

铅锡合金镀层是柔软浅灰光泽的合金,在印制板生产中,一般采用高分散能力的镀液。在高分散能力的氟硼酸盐电解液中,沉积层结晶细致,电液的导电性与覆盖能力好,镀层防护性能好,易钎焊,造价低,被广泛采用。

Sn - Pb属阳极性镀层,镀覆在印制板表面,起电化学保护作用;用做印制板的抗蚀层和可焊性保护层;用做组件引线的可焊性保护层;用于烙铁头、焊接部位的电镀。

本成果经高低温循环、潮湿、焊接试验,表面无明显锈斑,焊接性能良好。代替黄金成本下降 3 倍;代替白银成本下降 2 倍;不光亮铅锡合金比光亮铅锡合金工效提高 2 倍。经济效益明显,本成果曾获部科技进步三等奖。

(北京光华无线电厂,北京 142 信箱 100854)

·李连清·