

磁性涂层碳纤维各向异性铺层板的反射率计算

杨冉冉 顾兆梅

(南京大学电子科学与工程学院,南京 210093)

文 摘 对磁性涂层碳纤维各向异性铺层板反射率的计算是研究其结构吸波材料性能的基础。本文基于磁性涂层碳纤维单向板的电磁特性分析,研究了电磁波在磁性涂层碳纤维复合材料板中的传输特性。首先推导了单层各向异性复合材料板中的传播常数和波阻抗,在此基础上用传输矩阵法进一步推导了适用于带有磁性涂层碳纤维复合材料铺层板的反射特性。利用此计算方法求解了各向异性复合材料铺层板在不同极化入射电场、材料板不同铺层层数、方向、厚度下的反射特性。最终根据以上算法,开发出各向异性复合材料铺层板结构吸波材料反射率的优化设计软件。

关键词 碳纤维,磁性涂层,结构吸波

中图分类号:TN011

DOI:10.3969/j.issn.1007-2330.2014.05.004

Calculation Methods of Reflectance for Anisotropic Composite Laminates Reinforced With Magnetic Coating Carbon Fibers

YANG Ranran GU Zhaozhan

(Department of Electronic Science and Engineering, Nanjing University, Nanjing 210093)

Abstract To calculate reflectance of anisotropic composite laminates reinforced with magnetic coating carbon fibers, is the basis of the study on absorbing properties of the structural absorbing materials. Propagation constant and wave impedance of electromagnetic wave in unidirectional anisotropic composite laminates is derived, and reflectance performance of multidirectional anisotropic composite laminates is then derived using transfer matrix method. According to the above derived methods, a kind of reflectance optimization software is developed for multidirectional anisotropic composite laminates with variable parameters such as directions, frequencies, laminate layers, thickness and etc.

Key words Carbon fiber, Magnetic coating, Structural absorbing

0 引言

反隐身技术的发展对现有的隐身技术提出了新的挑战,为了提高本国的军事能力,增强军用飞行器的战斗力和生存力,世界各主要军事大国都在努力研制新型的吸波材料及对吸波材料的外形进行设计使目标有效对抗新型探测器。因此各向同性材料的研究早已满足不了实际应用的需求,国内外的学者开展了对各向异性吸波材料的研究^[1~2]。文献[3]采用传输矩阵法推导了碳纤维多向铺层层板的反射特性,主要针对电各向异性材料进行了研究。黄小忠教授利用溶胶-凝胶工艺在碳纤维的表面涂覆磁性涂料,拓宽了纯碳纤维复合材料的吸波频带,改善了材料低频的吸波效果,对电性材料涂覆磁性涂层有利于拓宽

频带和更好的实现电磁匹配^[4]。本文在此研究基础上,开展具有磁性涂层各向异性的碳纤维增强复合材料的电磁响应研究,得到了复合材料多层板的反射率的计算方法,根据此算法利用遗传算法^[5]开发了电磁场优化设计软件。

1 磁性碳纤维复合材料铺层板传输特性的计算方法

1.1 单层材料板中电磁波传播常数的理论推导

电磁波在各向异性复合材料中传播时,由于材料为均匀介质,介电常数和磁导率具有张量形式^[6]

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix}, \boldsymbol{\mu} = \begin{pmatrix} \mu_x & 0 & 0 \\ 0 & \mu_y & 0 \\ 0 & 0 & \mu_z \end{pmatrix} \quad (1)$$

由麦克斯韦方程可得关于电场的波动方程

收稿日期:2014-03-17

作者简介:杨冉冉,1989年出生,硕士,主要从事隐身材料设计研究。E-mail:yrr12345678@163.com

通信作者:顾兆梅,硕士生导师,教授。E-mail:tommygu@nju.edu.cn

$$\mathbf{k} \times [(\boldsymbol{\mu}^{-1}) \cdot (\mathbf{k} \times \mathbf{E})] + \frac{\omega^2}{c^2} \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (2)$$

将(1)式代入(2)式,展开上述波动方程得:

$$\begin{pmatrix} \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \varepsilon_x - \mu_z^{-1} k_y^2 - \mu_y^{-1} k_z^2 & \mu_z^{-1} k_x k_y & \mu_y^{-1} k_x k_z \\ \mu_z^{-1} k_x k_y & \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \varepsilon_y - \mu_z^{-1} k_x^2 - \mu_x^{-1} k_z^2 & \mu_x^{-1} k_y k_z \\ \mu_y^{-1} k_x k_z & \mu_x^{-1} k_y k_z & \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \varepsilon_z - \mu_y^{-1} k_x^2 - \mu_x^{-1} k_y^2 \end{pmatrix} = 0 \quad (3)$$

若要使电场有不为0的解,则左边行列式的值为0。

当电磁场垂直入射时 $k_x = 0, k_y = 0$, 则可得 k_z 有四个解 $k_{z12} = \pm \sqrt{\mu_x \varepsilon_y}, k_{z34} = \pm \sqrt{\mu_y \varepsilon_x}$ 。即在各向异性材料中电磁波的传播是四个波模的线性叠加。因此在各向异性材料中波阻抗为:

$$\eta_1 = \left| \frac{k_{z12}}{\varepsilon_y} \right| = \sqrt{\frac{\mu_x}{\varepsilon_y}}, \eta_2 = \left| \frac{k_{z34}}{\varepsilon_x} \right| = \sqrt{\frac{\mu_y}{\varepsilon_x}} \quad (4)$$

1.2 层间电场的传输矩阵方程

在得出电磁波在复合材料中的传播常数和特性阻抗的基础上,提出适合带有磁性涂层的各向异性铺层板的传输矩阵法。设置铺层板的层数为 m 层,第 i 层厚度为 $d_i (i=1, 2, \dots, m)$, 第 i 层纤维铺层板的方向与 x 轴夹角为 $\theta_i (i=1, 2, \dots, m)$ 电磁波垂直入射时,入射场 $E_{(0)}^+$ 与 x 轴夹角为 σ , 如图1所示。

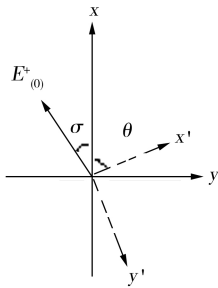


图1 方向关系

Fig. 1 Relationship of orientation

$E_{1(0)}^+, E_{2(0)}^+$ 分别表示入射电场沿 x 轴和 y 轴

$$\text{其中: } A_m = \begin{pmatrix} [r]_m [1 + [r]_m]^{-1} [r]_m [\Gamma]_m & [r]_m [1 + [r]_m]^{-1} \\ [\Gamma]_{m-1}^{-1} [1 + [r]_m]^{-1} [r]_m [\Gamma]_m & [\Gamma]_{m-1}^{-1} [1 + [r]_m]^{-1} \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$\text{其中: } [r]_m = [[N]_m + [N]_{m-1}]^{-1} [[N]_m - [N]_{m-1}] \quad (9)$$

$$N_m = \begin{bmatrix} \cos \theta_m & -\sin \theta_m \\ \sin \theta_m & \cos \theta_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{\mu_{\perp}}{\varepsilon_{//}}} & 0 \\ 0 & \sqrt{\frac{\mu_{//}}{\varepsilon_{\perp}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_m & \sin \theta_m \\ -\sin \theta_m & \cos \theta_m \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\Gamma_m = \begin{bmatrix} \cos \theta_m & -\sin \theta_m \\ \sin \theta_m & \cos \theta_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{\gamma_{//} d_m} & 0 \\ 0 & e^{\gamma_{\perp} d_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta_m & \sin \theta_m \\ -\sin \theta_m & \cos \theta_m \end{bmatrix} \quad (11)$$

的分量。图2为平面电磁波垂直入射示意图。

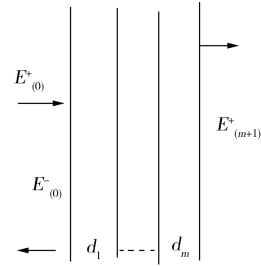


图2 电磁波垂直入射示意图

Fig. 2 Sketch map of vertical incidence electromagnetic wave

电磁波在复合材料中的传播情况如图3所示, $[r]_m$ 表示电场从 $m-1$ 层到 m 层的反射系数矩阵, $[\Gamma]_m$ 表示电场在第 m 层中的传输矩阵, $[N]_m$ 表示每层的折射率矩阵。 $E_{(m)}^+$ 表示 m 层铺层板中的正向传播电场, $E_{(m)}^-$ 表示 m 层中的铺层板中反射传播电场

$$E_{(m)}^+ = [1 + [r]_m] [\Gamma]_{m-1} E_{(m-1)}^+ - [r]_m [\Gamma]_m E_{(m)}^- \quad (5)$$

$$E_{(m-1)}^- = [r]_m [\Gamma]_{m-1} E_{(m-1)}^+ + [1 - [r]_m] [\Gamma]_m E_{(m)}^- \quad (6)$$

由(5)、(6)式解出 $E_{(m-1)}^-$, $E_{(m-1)}^+$ 用矩阵表示为:

$$\begin{pmatrix} E_{(m-1)}^- \\ E_{(m-1)}^+ \end{pmatrix} = A_m \cdot \begin{pmatrix} E_{(m)}^- \\ E_{(m)}^+ \end{pmatrix} \quad (7)$$

每一层平行于电场方向和垂直于电场方向的传播常数分别为： $\gamma_{//} = \alpha_{//} + i\beta_{//}, \gamma_{\perp} = \alpha_{\perp} + i\beta_{\perp}$ 。

$$\alpha_{//} = \frac{k_0}{\sqrt{2}} \cdot \left[\sqrt{(\varepsilon'_{//}\mu'_{\perp} - \mu''_{\perp}\varepsilon''_{//})^2 + (\varepsilon'_{//}\mu''_{\perp} - \mu'_{\perp}\varepsilon''_{//})^2} - (\varepsilon'_{//}\mu'_{\perp} - \mu''_{\perp}\varepsilon''_{//}) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

$$\beta_{//} = \frac{k_0}{\sqrt{2}} \cdot \left[\sqrt{(\varepsilon'_{//}\mu'_{\perp} - \mu''_{\perp}\varepsilon''_{//})^2 + (\varepsilon'_{//}\mu''_{\perp} - \mu'_{\perp}\varepsilon''_{//})^2} + (\varepsilon'_{//}\mu'_{\perp} - \mu''_{\perp}\varepsilon''_{//}) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (13)$$

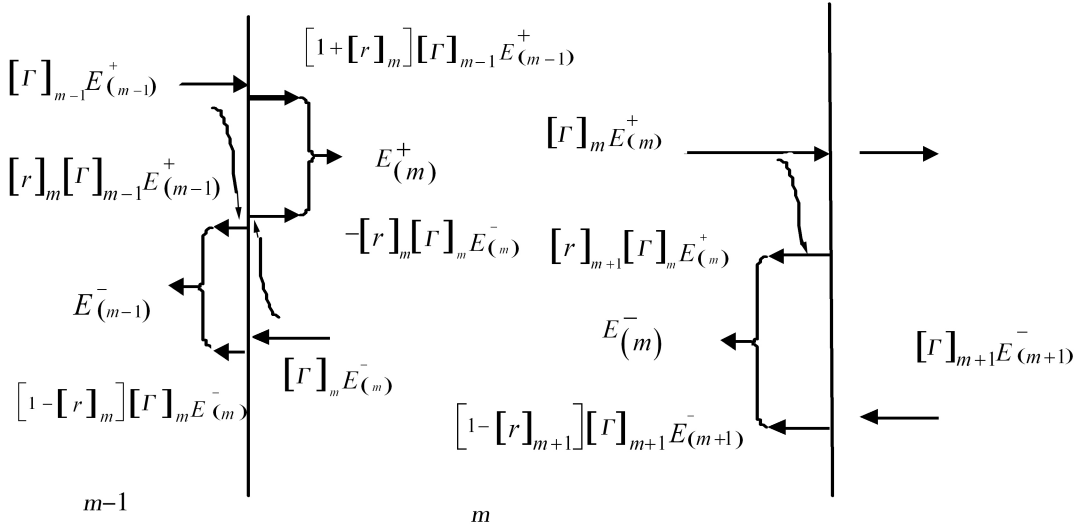


图3 层间电场关系

Fig. 3 Relationship of electric vectors in plies

$$\alpha_{\perp} = \frac{k_0}{\sqrt{2}} \cdot \left[\sqrt{(\varepsilon'_{\perp}\mu'_{//} - \mu''_{//}\varepsilon''_{\perp})^2 + (\varepsilon'_{\perp}\mu''_{//} - \mu'_{//}\varepsilon''_{\perp})^2} - (\varepsilon'_{\perp}\mu'_{//} - \mu''_{//}\varepsilon''_{\perp}) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

$$\beta_{\perp} = \frac{k_0}{\sqrt{2}} \cdot \left[\sqrt{(\varepsilon'_{\perp}\mu'_{//} - \mu''_{//}\varepsilon''_{\perp})^2 + (\varepsilon'_{\perp}\mu''_{//} - \mu'_{//}\varepsilon''_{\perp})^2} + (\varepsilon'_{\perp}\mu'_{//} - \mu''_{//}\varepsilon''_{\perp}) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (15)$$

令入射电场 $E_{(0)}^+ = 1$ 则 $E_{1(0)}^+ = \cos\sigma, E_{2(0)}^+ = \sin\sigma$ 。下标 1,2 分别代表 x 方向和 y 方向电场分量。

(1) 多向铺层板底层是空气时的反射率推导：

将多层矩阵 A_m 合并得

$$\begin{pmatrix} E_{(0)}^- \\ E_{(0)}^+ \end{pmatrix} = \left(\prod_{k=1}^m A_k \right) \begin{pmatrix} E_{(m+1)}^- \\ E_{(m+1)}^+ \end{pmatrix} \quad (16)$$

当底层是空气时 $\Gamma_0 = 1, \Gamma_{m+1} = 0, E_{(m+1)}^- = 0$, 展开(16)式得到(17)式：

$$\begin{pmatrix} E_{1(0)}^- \\ E_{2(0)}^- \\ E_{1(0)}^+ \\ E_{2(0)}^+ \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & D_{13} & D_{14} \\ 0 & 0 & D_{23} & D_{24} \\ 0 & 0 & D_{33} & D_{34} \\ 0 & 0 & D_{43} & D_{44} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_{1(m+1)}^+ \\ E_{2(m+1)}^+ \end{pmatrix} \quad (17)$$

进一步展开(17)式得到：

$$\begin{pmatrix} E_{1(0)}^- \\ E_{2(0)}^- \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} D_{13} & D_{14} \\ D_{23} & D_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D_{33} & D_{34} \\ D_{43} & D_{44} \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \cos\sigma \\ \sin\sigma \end{pmatrix} \quad (18)$$

(2) 多向铺层板底层是金属板时的反射率推导：

底层是金属时合并 A_m 得：

$$\begin{pmatrix} E_{(0)}^- \\ E_{(0)}^+ \end{pmatrix} = \left(\prod_{k=1}^m A_k \right) \begin{pmatrix} 0 & -[\Gamma]_m \\ 0 & [\Gamma] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ E_{(m)}^+ \end{pmatrix} \quad (19)$$

对(19)式展开可得(20)式：

$$\begin{pmatrix} E_{1(0)}^- \\ E_{2(0)}^- \\ E_{1(0)}^+ \\ E_{2(0)}^+ \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & D_{13} & D_{14} \\ 0 & 0 & D_{23} & D_{24} \\ 0 & 0 & D_{33} & D_{34} \\ 0 & 0 & D_{43} & D_{44} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_{1(m)}^+ \\ E_{2(m)}^+ \end{pmatrix} \quad (20)$$

对(20)式展开可得形如(18)式的式子, 由此可得反射率计算公式如下：

$$R_{//} = 20 \lg \left| \frac{E_{//(0)}^-}{E_0^+} \right|, R_{\perp} = 20 \lg \left| \frac{E_{\perp(0)}^-}{E_0^+} \right| \quad (21)$$

其中 $\begin{pmatrix} E_{//(0)}^- \\ E_{\perp(0)}^- \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\sigma & \sin\sigma \\ -\sin\sigma & \cos\sigma \end{bmatrix} \begin{pmatrix} E_{1(0)}^- \\ E_{2(0)}^- \end{pmatrix}$, $R_{//}$ 表示

平行于原电场的反射率, R_{\perp} 表示垂直于原电场的反射率。

2 数值分析

按照第二节的理论推导编写程序, 程序中可以设置的变量有极化电场的角度, 每层材料的厚度、电磁参数、排布方向、铺层板的层数。由于纯碳纤维是磁

性纤维的特殊情况,在编程时只需要设置每层的磁导率 $\mu=1-0j$,程序就可以适用纯碳纤维多向铺层板。

设置磁性铺层为 8 层,每层厚度为 1.0 mm,文献 [7] 给出材料在频率为 2.6、3、3.4、3.8 GHz 时的电磁参数^[7],根据算法得到平行于入射电场的反射率 $R_{//}$,如表 1 所示。设置同样参数在 HFSS 中仿真,将理论计算结果 $R_{//}$ 同仿真结果 RHFSS 对比,如图 4 所示,误差小于 4%,证明了算法的可靠性。

表 1 不同频率下的电磁参数

Tab. 1 Electromagnetic parameter of different frequency

| f/GHz | $\varepsilon_{//}$ | ε_{\perp} | $\mu_{//}$ | μ_{\perp} |
|----------------|--------------------|-----------------------|------------|---------------|
| 2.6 | 54-16j | 35.5-6.5j | 2.42-1.58j | 2.2-1.4j |
| 3 | 55-17j | 34.7-6.5j | 2.3-1.58j | 2-1.3j |
| 3.4 | 53-19j | 34-7j | 2.2-1.5j | 1.8-1.25j |
| 3.8 | 51-19j | 33-8j | 2.15-1.4 | 1.7-1.1j |

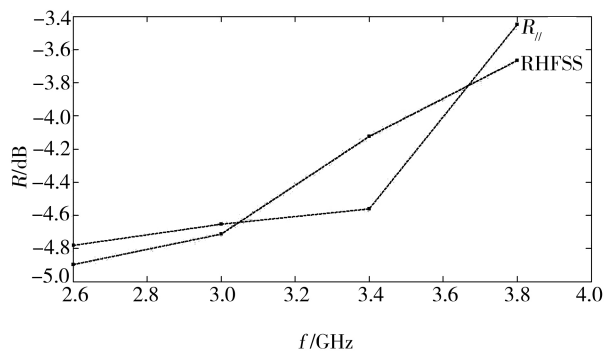


图 4 理论值同 HFSS 仿真值对比图

Fig. 4 Comparison between theory and emulation in HFSS

设置磁性铺层板为 16 层,每层铺层板厚度设置为 0.135 mm,相邻层铺层方向成 45° , $f=10$ GHz 时每层纤维介电常数为

$\varepsilon_{//}=1-j2042.996$, $\varepsilon_{\perp}=19.19-j11.11$,磁导率为 $\mu_{//}=1-j0$, $\mu_{\perp}=1-j0$ 。表 1 列出了 $f=10$ GHz 的计算结果 $R_{//}$, R_{\perp} 及文献 [1] 中的结果 $r_{//}$, r_{\perp} 。表 2 将两种方法得到的反射率作对比,计算结果一致,证明了此方法同样适用于各向异性电性材料的多向铺层板。

表 2 $f=10$ GHz 时各向异性铺层板的反射率

Tab. 2 Reflectance of anisotropic mat at 10 GHz

| 极化角/ $^\circ$ | $R_{//}$ | $\varepsilon_{//}$ |
|---------------|------------------|-----------------------|
| 0 | -0.9622+j0.0538 | -0.96210+j0.053846 |
| 22.5 | -0.9637+j0.0347 | -0.963760+j0.034667 |
| 45 | -0.9644+j0.0267 | -0.9436439+j0.026725 |
| 极化角/ $^\circ$ | R_{\perp} | r_{\perp} |
| 0 | -0.00212-j0.0271 | -0.002180-j0.02712 |
| 22.5 | -0.0015-j0.0192 | -0.001541-j0.019178 |
| 45 | 0.0000+j0.0000 | 0.00000134+j0.0000294 |

设置铺层为 4 层,每层厚度为 1.0 mm, $f=8 \sim 10$ GHz 时设置电磁参数为 $\varepsilon_{//}=\varepsilon_{\perp}=5-j18$, $\mu_{//}=\mu_{\perp}=2.2-j1$ 。相邻层纤维铺层板成 0° 。在求解单层各向同性板的反射率时一般采用传输线理论,由此编写程序求解 $f=8 \sim 10$ GHz,以金属为衬底、厚度为 4 mm, $\varepsilon=5-j18$, $\mu=2.2-j1$,同时用 CST 进行仿真,将所得反射率的值作对比,结果如图 5 所示,误差小于 4%,证明了此计算方法同样适用于各向同性材料板反射率的计算。

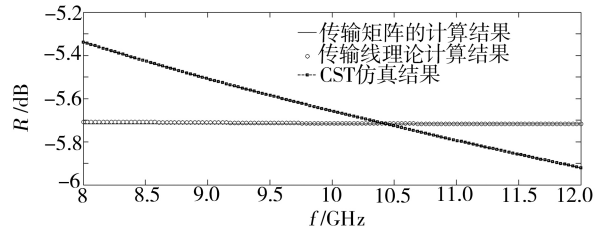


图 5 理论值、传输线理论及 CST 仿真结果对比图

Fig. 5 Comparison between theory, transmission-line and CST

3 结论

在磁性涂层碳纤维单向板传播常数和波阻抗电磁特性分析基础上,用传输矩阵法推导了各向异性磁性涂层碳纤维复合铺层板的反射率计算方法,其数学表达式简洁直观,易于编程,且通过算例证明了算法的普适性,算法适用于在任何极化电场、铺层方向和频率下多层板的反射率计算。

根据以上算法,开发出了各向异性复合材料铺层板结构吸波材料在不同方向、铺层数、厚度和不同频率下反射率的优化设计软件,对结构吸波材料的设计具有重大的指导意义。

参考文献

- [1] 赵林,左钰,冯一军. 金属衬底多层各向异性介质电波反射特性研究[J]. 电波科学学报, 2009, 24(5): 804-807
- [2] 吴明忠,赵振声. 单轴各向异性吸波材料对斜入射电磁波的反射[J]. 华中理工大学学报, 1998, 26(11): 29-31
- [3] 黄小忠,申小海,冯春祥. 磁性涂层碳化硅纤维的电磁特性研究[J]. 磁性材料及器件, 2007, 38(4): 44-47
- [4] 饶克谨,高正平. 碳纤维多向铺层板的雷达反射特性[J]. 电子科技大学学报, 1998, 27(4): 497-502
- [5] 李清岩,杨东方. 遗传算法在雷达吸波涂层多目标优化设计中的应用[J]. 航空材料学报, 2007, 27(3): 82-86
- [6] 石刚. 单轴各向异性左手材料中电磁波偏振特性研究[J]. 淮海工学院学报, 2013(1): 12-14
- [7] Yu X, Zhang X, Huahui L, et al. Simulation and design for stratified iron fiber absorbing materials[J]. Materials & design, 2002, 23(1): 51-57

(编辑 李洪泉)